Årg. 36:3 Sept. 1953

# ELEMENTA

Tidskrift för matematik, fysik och kemi

REDAKTION OCH EXP.: Karlbergsv. 16IV STOCKHOLM

## TREDJE HÄFTET

JOSEF ANDERSSON, Om kurvorna $y=ax^n+bx$ ..... 149

KLAS-BERTIL AUGUSTINSSON, Enzymkemi I ..... 155

JOHN STENMAN, Mätning av korta tider med växelström II ..... 170

ERIK INGELSTAM, En epokbildande lärobok i ellära ..... 173

TORE ÖBERG, Rationella rötter vid »casus irreducibilis» ..... 177

Notiser: BENGT LILJEQVIST, Ljudgivare för resonansförsök; G. STARCK, Kärl av plexiglas; MANNE MOHLIN, Glasreparationer; NILS FALKSTRÖM, Vattnets sammansättning, ett laborationsförsök i realskolan; BENGT ANDERSSON, Försockring av cellulosa ..... 178

Aktuellt: En studieresa till svenska industrier (BROR GUSTAVER); Nya matematiska tidskrifter; Tolfte skandinaviska matematikerkongressen; Åttonde nordiska kemistmötet ..... 181

Bokanmälningar: se omslagets andra sida ..... 186

Gradualavhandlingar: Å. NILSSON, A precision determination of the K excitation potential of some 3d elements; B. KLEMAN, Investigations in the band-spectra of some diatomic hydrides; F. NETTELBLAD, Studies of astronomical scintillation ..... 207

Problemavdelning:

Matematiska problem (red. av S. BÅGMAN) ..... 211

Matematiska och fysikaliska uppgifter vid fyllnadsprövning efter studentexamen aug.—sept. 1953 ..... 214

Författare i detta häfte (206); Tidskrifter, innehållsöversikt (220)

Insänd litteratur (andra omslagssidan och annonsblad vid s. 189)

Upplysningar om särtryck och tidigare årgångar av Elementa och annons om komplett Elementa-serie (annonsblad intill sid. 188).

Annonsörer; Almqvist & Wiksell; Grave; Intram AB; Lindståhls bokhandel (bilaga); Norstedt & Söner (två annonssidor); Olympia skrivmaskiner; Philips; Svenska Bokförlaget.

Pris pr år kr. 12:50 pr häfte kr. 3:50

Bokanmälningar: MALMQUIST-STENSTRÖM-DANIELSON, Matematisk analys III; THRON, The Theory of Functions of a Complex Variable; WILDER, Introduction to the Foundations of Mathematics; *Colloque de géométrie differentielle*; *Deuxième Colloque de géométrie algébrique*; MANDELBROJT, Séries adhérentes etc.; DUNCAN, Quality Control and Industrial Statistics; TIPPET, The Methods of Statistics; WISDOM, Foundations of Inference in Natural Science; HYLLERAAS, Matematisk og teoretisk fysikk, IV; STEPHENSON, Mechanics and Properties of Matter; BÄCKSTRÖM, MKS-systemet inom mekaniska facket; HUNTLEY, Dimensional Analysis; JOHANSSON, Färg; TAYLOR, Detonation in Condensed Explosives; HALLERT, Fotogrammetri; SCHORTLEY-WILLIAMS, Physics, Fundamental Principles; WEBER-WHITE-MANNING, College Physics; KOLIN, Physics, Its Laws, Ideas and Methods; MICHELS-PATTERSON, Elements of Modern Physics; HARRINGTON, General College Physics; INGELSTAM-SJÖBERG, Elfymatabellen; MUCHMORE, Essentials of Microwaves; DANVER, Astronomi, en serie filmband; Kosmos, bd 30; Dana's Manual of Mineralogy; HARWELL, The British Atomic Energy Research Establishment; COOK-DUNCAN, Modern Radiochemical Practice; KLAGES, Lehrbuch der organischen Chemie I; GATTERMANN-WIELAND, Die Praxis des organischen Chemikers; SAMUELSON, Ion Exchangers in Analytic Chemistry; NYLEN-WIGREN, Kemiska räkneuppgifter; KLEMENC, Anorganische Chemie; KNÖÖS, Kemi för gymnasiet; ELFVING-ENGLUND, Kemi för kommunala flickskolor; FOGHAMMAR-SJÖSTRAND, Matematiska uppgifter på reallinjen 186

## Insänd litteratur

John Wiley & Sons, Inc., New York; Chapman & Hall, Ltd., London 1953:

CHARLES KITTEL, *Introduction to Solid State Physics*. Pp. 396, $ 7.00.

W. GORDY—W. V. SMITH—R. F. TRAMBARULO, *Microwave Spectroscopy*. Pp. 446, $ 8.00.

J. S. FRUTON—SOFIA SIMMONDS, *General Biochemistry*. Pp. 940, $ 10.00.

S. RAMO—J. R. WHINNERY, *Fields and Waves in Modern Radio*. Pp. 576, $ 8.75.

R. J. SWEENEY, *Measurement Techniques in Mechanical Engineering*. Pp. 309, $ 5.50.

G. M. ENOS—W. E. FONTAINE, *Elements of Heat Treatment*. Pp. 286, $ 5.00.

R. ROMIG, *50—100 Binomial Tables*. Pp. 172, $ 4.00.

C. R. WYLIE, *Calculus*. McGraw-Hill Book Co., New York 1953, Pp. 565, $ 6.00.

G. K. BATCHELOR, *The Theory of Homogenous Turbulence*. Cambridge Univ. Press, London 1953, Pp. 197, 25s. net.

O. KLEMPERER, *Electron Optics*. Cambridge Univ. Press 1953, Pp. 471, 50s. net.

C. CURRY, *Geometrical Optics*. Edw. Arnold, London 1953, Pp. 173, 21s. net.

J. B. BIRKS, *Scintillation Counters*. Pergamon Press, London 1953, Pp. 148, 21s.

*Reports on Progress in Physics*, Vol. XVI (1953). The Physical Society, London 1953, Pp. 407, 50s.

BARRY SPAIN, *Tensor Calculus*. Oliver & Boyd, Edinburgh and London 1953, Pp. 125, 8s. 6d. net.

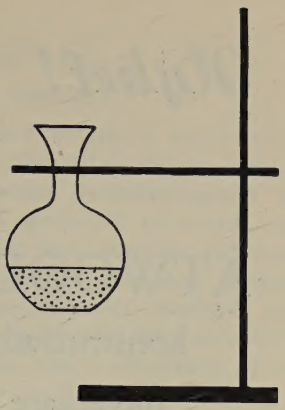
B. F. J. SCHONLAND, *Atmospheric Electricity*. Methuen's Monographs on Physical Subjects, London 1953, Pp. 95, 7s. 6d. net.

D. G. KIELY, *Dielectrical Aerials*. Methuen's Monographs, London 1953, Pp. 127, 8s. 6d. net.

Forts. å annonsblad vid sid. 189.

Moderna böcker i

# KEMI



för akademiska studier

***Linus Pauling***

ALLMÄN KEMI

Svensk bearbetning av Gunnar Starck

"... en modern, lättläst och inspirerande elementär lärobok i allmän kemi... Författarens djupa och allsidiga kunskaper, hans originalitet och hans livliga stil har gjort denna bok mycket uppskattad...

*G. Hägg* i Elementa

Pris inb. 60:—

***Stig Hjalmars***

TEORETISK FYSIK

Bokens avsikt är att ge en översiktlig framställning av den teoretiska fysikens principer.

Utkommer i oktober 1953

***Nya upplagor:***

***Hägg:*** Kemisk reaktionslära, inb. 12:50

***Sillén-Lange-Gabrielson:*** Fysikalisk-kemiska räkneuppgifter, inb. 29:—

Almqvist & Wiksell

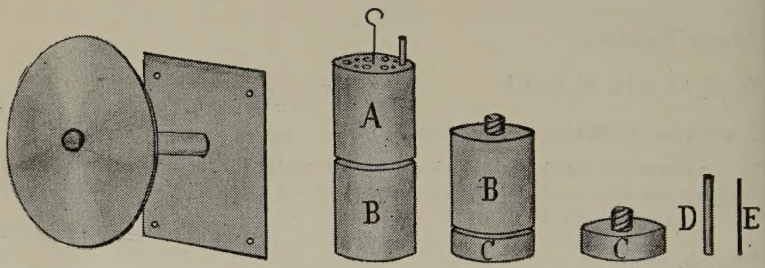
Box 159, Stockholm 1, Postgiro 758

*Nyhet!*

# ATWOODS FALLMASKIN

konstruerad av Lektor *C. Bergholm*

tillverkare *Rudolph Grave A. B.*




Vår fysikavdelning kan även leverera allt inom mekanik, el-lära, optik och kemi

## RUDOLPH GRAVE AB.

Fysikavdelningen

Malmskillnadsgatan 48 c

STOCKHOLM 3

# Om kurvorna $y=ax^{\mu}+bx$

Av fil. dr Josef Andersson, Vaxholm

Vi förutsätta genomgående $\mu \neq 0, 1$. Vidare antaga vi ursprungliga ekvationen $y=a(x-p)^{\mu}+b(x-p)+q$ först förenklad till $y=ax^{\mu}+bx$ genom att origo ($O$) väljes i ($p$; $q$), medan axelriktningarna äro oförändrade. Om sedan $b \neq 0$, väljes linjen $y=bx$ till ny $x$-axel, varigenom ekvationen får formen $y=a_1x^{\mu}$, där den antydda ändringen av $a$ härrör från valet av enheter på axlarna. Lagar man slutligen så, att $a_1>0$, äro kurvorna $y=a_1x^{\mu}$ och $y=x^{\mu}$ (reellt) likställda med avseende på origo, och vi kunna i fortsättningen utgå från *ekvationen* $y=x^{\mu}$ *och lika enheter på bägge axlarna*, som i allmänhet ej äro vinkelräta.

Denna kurva har en (huvud)gren i första axelvinkeln, vilken råkas i *en* punkt $\neq O$ av varje linje genom $O$, som förlöper i det inre av denna vinkel. Är $\mu$ ett rationellt tal, förutsättes det bragt till sin enklaste form $m:n$, $n \geqq 1$ genom förkortning. För udda $m$ och $n$ består kurvan av huvudgrenen och dess spegelbild i $O$; för jämnt $m$ (och således udda $n$) satisfiera $(x; y)$ och $(-x; y)$ samtidigt ekvationen, så att kurvan har en gren i andra axelvinkeln också, (i allm. snett) symmetrisk till huvudgrenen i $x$-axelns riktning med avseende på $y$-axeln. Då $y=x^{\frac{1}{2}}$ är likbetydande med $y=\pm\sqrt{x}$ eller $y^2=x$, $y=x^{\frac{3}{2}}$ med $y^2=x^3$ osv., innehåller vår kurva för jämnt $n$ (och udda $m$) samtidigt punkterna $(x; y)$ och $(x; -y)$ och huvudgrenen har såsom i föregående fall en symmetrisk motsvarighet i fjärde axelvinkeln. För irrationella $\mu$ finnes endast huvudgrenen. Alltid äro kurvorna

$$y=x^{\mu} \text{ och } y=x^{\frac{1}{\mu}}$$

varandras spegelbilder i bissektrisen till första och tredje axelvinkeln, varför man kunde, när det gäller av koordinatsystemet oberoende egenskaper, inskränka sig till $\mu>1$ och $\mu \leqq -1$.

För $\mu>1$ är $x$-axeln tangent i $O$, $y$-axeln anger riktningen till kurvans enda $\infty$-punkt; för $1>\mu>0$ byta axlarna roller (jfr nyssnämnda spegling); för $0>\mu$ äro bägge axlarna asymptoter och $O$ tillhör ej kurvan.

Man finner några vanliga skolkurvor som specialfall: parabler av andragraden ($\mu=2$, 0,5; $O$ en godtycklig kurvpunkt), alla parabler av tredje graden ($\mu=3$, $\frac{1}{3}$; $O$ inflexionspunkten), parabler av fjärde graden $y=a_0x^4+\ldots+a_4$, om de ha en »flack»punkt $O$, där $y''=y'''=0$, och allmänt parabler av $n$:te graden $y=a_0x^n+\ldots+a_n$, om de ha en punkt $O$, där tangenten har $n$-punktsberöring ($\mu=n$, $1:n$); vidare alla hyperbler ($\mu=-1$), semikubiska parabler ($\mu=\frac{3}{2}$, $\frac{2}{3}$), $y=x^{-2}$ m. fl.

Efter denna överblick skola vi behandla några problem rörande dessa kurvors tangenter och normaler och utgå då från följande konstruktion av tangenten $t$ i punkten $P$ (fig. 1).

*Linjen $l$, parallell med $y$-axeln, skär (i fig. positiva) $x$-axeln i $A$; punkten $B$ på $x$-axeln bestämmes av villkoret* $\overrightarrow{AB} : \overrightarrow{OA} = 1 : \mu$. *Om då linjen $OP$ skär $l$ i $P'$, så är $t$ parallell med $BP'$,* såsom genast följer av att $OP$ och $t$ ha vinkelkoefficienterna $x^{\mu-1}$ och $\mu x^{\mu-1}$ resp. För varje kurva tänkas $l$, $A$, $B$ fasta, $P$ och $P'$ variera. Med $(l, m)$ eller $(AB, m)$ förstå vi någon av de vinklar linjen $l$ resp. $AB$ skall vridas i positiv led för att bli parallell med $m$, en vinkel som endast är bestämd på multipler av $\pi$ när. Vi kunna då lösa uppgiften:

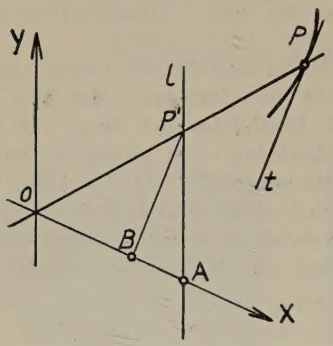



Fig. 1. Grundkonstruktionen $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} : \mu$.

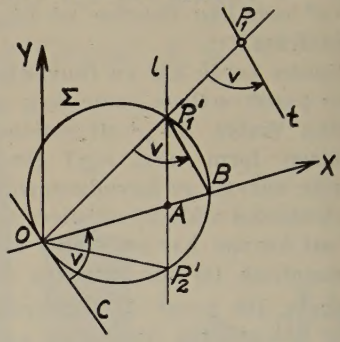



Fig. 2.

*Att finna riktningarna från $O$ till de punkter $P \neq O$ på kurvan $y = x^{\mu}$ i vilka vinkeln $(OP, t)$ = en given vinkel $v$.* Det är tillräckligt (fig. 2) att draga $OC$ så, att $(OC, OX) = v$ och upprita den cirkel $\Sigma$ genom $O$ och $B$, som tangerar $OC$ i $O$. Skär denna $l$ i $P_1'$ (och $P_2'$), så har $OP_1'$ (och $OP_2'$) den sökta riktningen. Det kan finnas 0, 1 eller 2 kurvpunkter $P \neq O$ på en viss $OP'$, såsom ovan utretts; i sista fallet äro tangenterna i de båda punkterna parallella (och $O$ centrum till kuravn).

Vi antaga, att *två punkter, $P_1$ och $P_2 \neq O$, ej i rät linje med $O$, uppfylla villkoret* (fig. 2). Då har man satsen:

*Vinklarna $COY$ och $P_1OP_2$ ha samma bissektriser,*

som med hjälp av en godtycklig linje (riktning) $r$ även kan formuleras

$$(r, OP_1) + (r, OP_2) = (r, OY) + (r, OC) \pmod{\pi}.$$

Om nämligen $D$, $E$, $F$, $G$ äro 4 punkter på en cirkel, säger en känd sats, att de vinklar som bildas av: 1) $DE$ och $FG$, 2) $DF$ och $EG$,

3) $DG$ och $EF$ alla ha parallella bissektriser (vilka ha de för alla kägelsnitt genom de 4 punkterna gemensamma axelriktningarna). Detta tillämpas på paren $OP_1'$, $OP_2'$ och tangenten $OC$ jämte den med $P_1'P_2'$ parallella $OY$. Av särskilt intresse är fallet $v=\pi:2$ ($OB$ diameter i $\Sigma$), då $P_1$, $P_2$ lämpligen betecknas $N_1$, $N_2$ såsom fotpunkter för normaler från $O$. För $\mu>1$ är $OC$ identisk med normalen i $O$ — som enligt senare utredning är en godtycklig punkt inom vissa områden på en parabel av 2:a graden och har redan angiven betydelse för hithörande parabler av högre grad — och $OY$ är riktad mot kurvans $\infty$-punkt; för $\mu<0$ är $OY$ ena asymptoten och $OC$ normal till den andra. Väljer man: 1) $r \parallel OY$, 2) $r \perp OY$, erhålles med ovanstående tolkning av vinklarna följande satspar, då $\mu>1$:

1) *Summan av de vinklar normalerna* $ON_1$ *och* $ON_2$ *bilda med kurvans oändlighetsriktning är på en multipel av* $\pi$ *när lika med den vinkel normalen i* $O$ *bildar med samma riktning.* 2) *Summan av de vinklar* $ON_1$ *och* $ON_2$ *bilda med en normal* $r$ *mot kurvans* $\infty$*-riktning är på en multipel av* $\pi$ *när lika med den vinkel tangenten i* $O$ *bildar med* $r$. (Tidigare konstaterat för kubiska parabler.) $ON_1'$ och $ON_2'$ äro reella, då $\mu<0$, och fördela sig på alla axelvinklarna. Den ena kan sakna reella skärningspunkter med kurvan. Det är lätt att utreda, när $ON_1'$ och $ON_2'$ existera för $\mu>1$. Man får två fall. Om första axelvinkeln $\omega$ är *trubbig*, kräves

$$\sin\omega<\frac{\mu-1}{\mu+1},$$

vilket innebär att $l$ går på ett avstånd från centrum i konstruktionscirkeln $\Sigma$, som understiger denna cirkels radie. $ON_1'$ och $ON_2'$ förlöpa då i första och tredje axelvinklarna, $N_1$ och $N_2$ finnas i första axelvinkeln eventuellt kompletterade med sina spegelbilder i $O$. Är åter $\omega$ *spetsig*, gäller samma villkor. $N_1$ och $N_2$ äro då att finna i andra eller fjärde axelvinkeln, ty såsom vi sett går ingen $y=x^{\mu}$ i båda, eller också saknas de. För en kubisk parabel ($\mu=3$) t. ex. fås villkoret $\omega>5\pi:6$. Annat exempel, ovan ställt i utsikt: På en parabel av andra graden ($\mu=2$) tager man tangenten i $O$ och tillhörande diameter till $OX$, $OY$ resp. så, att $\omega$ är spetsig. Då måste $O$ ligga så långt från toppen att

$$\omega<\arcsin\frac{2-1}{2+1}=\arcsin\tfrac{1}{3}$$

om normalerna $ON_1$, $ON_2$ skola existera.

Vi förutsätta, att riktningarna $ON_1'$ och $ON_2'$ äro reella och draga $BN_1'$, $BN_2'$ (fig. 3). *Med* $(OX, ON_1')=\alpha_1$, $(OX, ON_2')=\alpha_2$, *båda mellan* $-\frac{1}{2}\pi$ *och* $\frac{1}{2}\pi$, *ger figuren*

$$\operatorname{tg}\alpha_1 \cdot \operatorname{tg}\alpha_2 = \frac{BN_1' \cdot BN_2'}{ON_1' \cdot ON_2'} = \frac{h_1}{h} = \frac{AB}{AO} = \frac{1}{\mu},$$

när man tillämpar formeln $bc = 2Rh_a$ på trianglarna $BN_1'N_2'$, $ON_1'N_2'$. I fig. 3 är $\mu > 0$, $\omega > \pi : 2$, men satsen gäller även för $\mu > 0$, $\omega \leq \pi : 2$, då $\alpha_1$, $\alpha_2$ fortfarande ha samma tecken, liksom för $\mu < 0$, då de ha olika tecken.

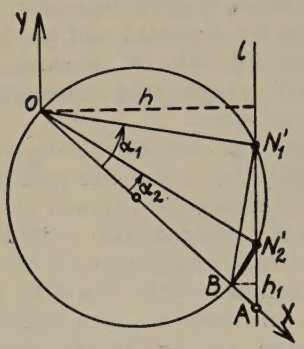



Fig. 3.

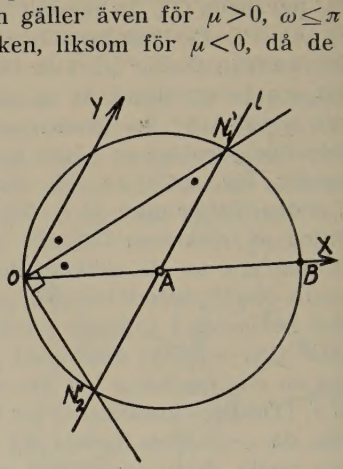



Fig. 4.

Exempel. 1) Den kortaste normalkordan ($ON_1 \equiv ON_2$, $\alpha_1 = \alpha_2$) i en parabel ($\mu = 2$) bildar med tangenten i $O$ vinkeln $\operatorname{arc\,tg}(1 : \sqrt{2})$. 2) I den kubiska parabel $y = x^3$, där $\omega = 5\pi : 6$ bildar den enda normalen från $O$ ($ON_1' \equiv ON_2'$) vinkeln $\operatorname{arc\,tg}(1 : \sqrt{3}) = \pi : 6$ med inflexionstangenten. 3) För kurvorna $y = \pm x^\mu$ (dvs. $y^2 = x^{2\mu}$) äro normalerna från $O$ vinkelräta endast för $\mu = -1$ (två konjugathyperbler); de äro bissektriserna till axelvinklarna (fig. 4, gemensam för bägge; $A$ är centrum i $\Sigma$).

Undersökningen av variationen hos vinkeln $(OP, t) = v$, då $P$ genomlöper kurvan, är i det väsentliga det klassiska problemet om variationen hos $\sphericalangle\, OP'B$, när $P'$ genomlöper $l$. Det är känt att $v$ har extrema, frånsett då $P \equiv O$ och då $P \to \infty$, endast för $\mu > 0$ (då $A$ alltså ligger utanför sträckan $OB$) och att man får tillhörande $M_1'$ och $M_2'$ genom att avsätta $\sqrt{AO \cdot AB}$ på $l$ från $A$. Emedan $M_1'$ och $M_2'$ dela sträckan $P_1'P_2'$, som $\Sigma$ avskär på $l$, harmoniskt, har man för parabeln ($\mu = 2$) följande sats:

*O är en fast punkt på parabeln, P en rörlig och t tangenten i P. Vinkeln (OP, t) har sina extrema i $M_1$ och $M_2$ och Q är polen till $M_1M_2$. Om en sekant genom Q skär parabeln i $P_1$ och $P_2$, så äro vinklarna ($OP_1$, $t_1$) och ($OP_2$, $t_2$) lika. Speciellt ligga $N_1$ och $N_2$ på en sådan sekant, om de existera.* $P_1$ och $P_2$ äro nämligen par i en punktinvolu-

tion på parabeln med dubbelpunkterna $M_1$, $M_2$ (F. Carlson, Geometri II, sid. 144).

För de till $\mu=3$, $-2$, $\frac{3}{2}$ hörande kubiska kurvorna $y=x^3$, $y=1:x^2$, $y^2=x^3$ gälla enkla satser om tre kurvpunkter i rät linje, vilka möjliggöra ett studium av andra vinklar än $(OP, t)$ på likartat sätt. Det gäller nämligen att tre punkter $P_1$, $P_2$, $P_3$ ligga i rät linje, om (och endast om)

$$x_1+x_2+x_3=0, \text{ då } \mu=3$$

$$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}=0, \text{ då } \mu=-2$$

$$\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2}+\frac{1}{k_3}=0, \text{ då } \mu=\tfrac{3}{2}$$

varvid $x_i$ är abskissan för $P_i$ och $k_i$ vinkelkoefficienten för $OP_i$, $i=1, 2, 3$. (Man insätter $y=mx+n$ i de båda första ekvationerna och får tredjegradsekvationer i $x$, som sakna $x^2$- resp. $x$-term. Tredje ekv. kan i parameterform skrivas $x=k^2$, $y=k^3$, där $k=k_{OP}$, och vid insättning härav i $y=mx+n$ fås $k^3-mk^2-n=0$.)

$\mu=3.$

Tangenten $t$ i $P$ (tydligare $t_P$) skär kurvan i tangentialpunkten $T$. Då är $x_T=-2x_P$, så att $k_{OT}=4k_{OP}$ och $y_{T'}=4y_{P'}$. I grundfiguren 1 inläggas (fig. 5) ytterligare punkterna $C$ och $D$ på $x$-axeln bestämda av $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AO}:4$ och $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}:4=\overrightarrow{AC}:3$. Skär nu $OP$ $l$ i $P'$, äro $P'B$, $P'C$, $P'D$ parallella med resp. $t_P\equiv PT$, $OT$ och $t_T$. Man behärskar sålunda variationen av vinkeln mellan två linjer, valda bland dessa jämte $OP$. Så variera vinklarna $(OP, OT)$ och $(t_P, t_T)$ på samma sätt som vinkeln $(OP, t)$ för $x>0$ på kurvan $y=x^4$ i samma koordinatsystem, dvs. mellan samma extrema, som de naturligtvis icke passera samtidigt. Det göra däremot vinklarna $(OP, t_T)$ och $(t_P, OT)$, ty $12\cdot 1=4\cdot 3$. Man kunde införa flera punkter, t. ex. $T_1$, tangentialpunkt till $T$. — Koordineras punkten $P(x)$ med $Q(x\sqrt{3})$, så är $TP \,||\, OQ$ och $TP:OQ=\sqrt{3}:1$, dvs. sträckan $TP$ varierar som $OQ$ och har extrema, då $TP \,||\, ON_1'$, $TP \,||\, ON_2'$ (förutsatt att $N_1'$, $N_2'$ existera och äro distinkta).

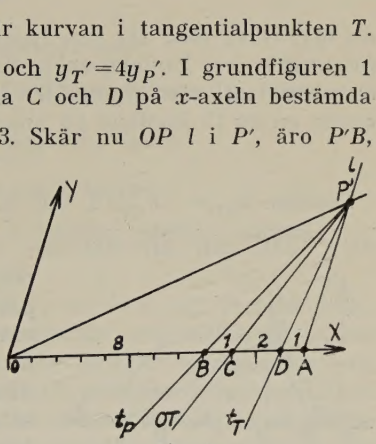


Fig. 5.

$\mu=-2.$

I detta fall är $x_T = -x_P : 2$ och $k_{OT} = -8k_{OP}$, så att man i fig. 6 får avsätta $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{AO} : 2$, $\overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AO} : 8$, $\overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{AC} : 2 = \overrightarrow{AO} : 16$, då $C$ och $D$ ha samma betydelser som i fig. 5. Låt oss endast bestämma kurvans tangentnormaler, dvs. de $TP$, som äro normaler i $T$. Man behöver blott låta cirkeln på $BD$ som diameter skära $l$ i $P_1'$ och $P_2'$, som alltid existera. Antag speciellt att $\omega = \frac{1}{2}\pi$, då kurvan har sin spetsasymptot till symmetriaxel. Emedan $\overrightarrow{DA} : \overrightarrow{AC} : \overrightarrow{CB} = 1 : 2 : 6$, blir $AP' : BP' = \sqrt{1 : 9} = 1 : 3 = \overrightarrow{AC} : \overrightarrow{CB}$, så att *OT bildar lika vinklar,*

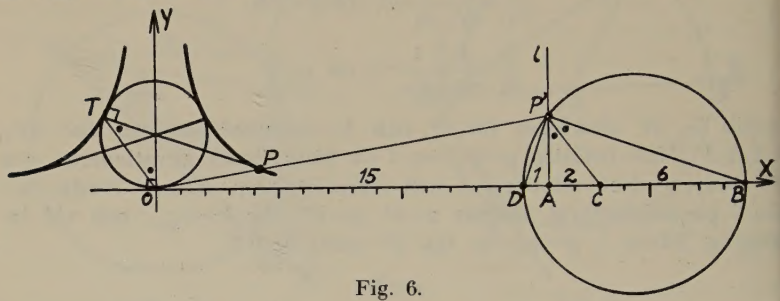



Fig. 6.

*arc tg* $(1 : \sqrt{2})$, *med OY och* $t_P = n_T = TP$, m. a. o. *tangentnormalernas fotpunkter äro kontaktpunkterna för en kurvan tangerande cirkel, som berör inflexionsasymptoten i dess skärningspunkt med symmetriaxeln,* en av C. Bodlund på annat sätt härledd egenskap.

$$\mu = 3 : 2.$$

Emedan $k_{OT} = -k_{OP} : 2$, har man i detta fall (fig. 7) $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AO} : 3$, $\overrightarrow{AC} = -2\overrightarrow{AO}$ och $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AC} : 3 = -4\overrightarrow{AO} : 3$, då $C$ och $D$ behålla sina betydelser. Antag t. ex., att $\omega = \pi : 2$ (Neils parabel) och att *triangeln OPT är rätvinklig i T.* Cirkeln på $BC$ som diameter utskär då tillhörande $P_1'$ (och $P_2'$) på $l$. Som $OA \cdot AD = BA \cdot AC$, är även $\angle OP_1'D$ rät och $t_T$ *är höjd i triangeln OPT.* Till följd av att $BA : AC = 1 : 3$ lutar $t_P$ vinkeln $\pi : 3$ mot spetstangenten.

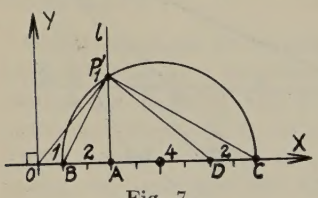



Fig. 7.

Det kan tilläggas att proportionalitet råder mellan $PT$ och den parallella radius vektorn $OQ$ även i fallen $\mu = -2$ och $\mu = 3 : 2$.

Slutligen må påpekas, att var och en av våra kurvor genom parallellprojektion övergår i en kurva av samma slag med samma $\mu$ (men i allmänhet annat $\omega$). Detta förklarar delvis varför åtskilliga egenskaper visa sig bero endast av $\mu$, ej av $\omega$.

# Enzymkemi I

Av docent Klas-Bertil Augustinsson, Stockholm

Innehåll:

A. Allmän enzymkemi

1. Enzymernas allmänna egenskaper
2. Preparation och kristallisering
3. Specifitet
4. Reversibilitet och syntes genom enzymer
5. Enzymernas finare byggnad
6. Zymogener och kinaser
7. Aktivatorer
8. Protektorer
9. Hämning och inaktivering av enzymaktiviteter
10. Faktorer som inverka på enzymaktiviteten
11. »Turnover number»

B. Några vanliga enzymer

1. Hydrolaser 2. Oxiderande och reducerande enzymer 3. Desmolaser

C. Bestämning av enzymaktiviteter

D. Enzymreaktionernas kinetik

1. Enzym+substrat 2. Enzym+substrat+inhibitor

Karakteristiskt för de levande cellerna är bl. a. att de reaktioner, som där ständigt försiggå, äro kontrollerade och reglerade. Denna egenskap för en levande organism, som innebär förmåga att leva vidare och förmåga till anpassning, är en naturens enastående företeelse. Det innebär, att hastigheten för sådana cellreaktioner såsom hydrolys och förestring, oxidation och reduktion, sönderdelning och syntes kunna förändras, då anspråken på en levande varelse så fordra. Ett djurs föda undergår en serie hydrolytiska reaktioner i munnen, magsäcken och tarmarna; även dessa reaktioner, som försiggå utanför cellerna, äro kontrollerade. Denna kontroll utföres av en grupp av katalysatorer, som äro karakteristiska för levande varelser och därför kallas biokatalysatorer; de benämnas dock vanligen *enzymer*, ett uttryck som första gången användes av den tyske fysiologen

W. Kühne år 1877. Även uttrycket »ferment», numera liktydigt med »enzym», har använts som beteckning för biokatalysatorer men brukas allt mindre.

Följande definition gäller. Enzym(er) äro organiska ämnen av äggvitenatur, som bildas av levande celler och som kontrollera specifika reaktioners hastighet både inom och utom de levande cellerna (intracellulära resp. extracellulära enzymer). Praktiskt taget alla reaktioner, som äga rum i levande varelser, kunna tillskrivas verkan av enzymer. Liv utan enzymer skulle vara en omöjlighet. Tillsammans med generna (dvs. bärarna av arvsanlagen) kunna enzymerna anses vara livets fundamentala enheter. Det är i generna, som enzymerna sannolikt syntetiseras, och man antager att för varje enzym fyra eller fem gener äro nödvändiga.

Man har beräknat, att en enda cell (från exempelvis lever eller jäst) kan innehålla tusen olika enzymer. Mängden av ett enzym i en cell är av storleksordningen 0,01 %; äggvitehalten är ca 10 %.

I de levande organismerna verka enzymer tillsammans som system. Följande äro några exempel. I matsmältningskanalen verkar först ett enzym (pepsin) och sedan ett annat (trypsin) för att hydrolysera äggviteämnen till aminosyror. Glykogen bryts ned i cellerna till koldioxid och vatten steg för steg genom ett stort antal enzymreaktioner. Väte transporteras från olika substrat genom dehydrogenaser; det tages sedan upp av »gula enzymer» och oxideras slutligen till vatten genom cytokromer och cytokromoxidaser.

## A. Allmän enzymkemi

### 1. Enzymernas allmänna egenskaper

Alla enzymer, som hittills isolerats, renframställts och kristalliserats, ha visat sig vara proteiner (äggviteämnen), enkla eller sammansatta. De flesta enzymer äro lösliga i vatten, som i regel också är det bästa lösningsmedlet för dem. Inuti cellen äro de vanligen förankrade vid olika cellstrukturer, vilket i många fall försvårar eller t. o. m. omöjliggör fripreparation av enzymer.

Som proteiner äro enzymerna av kolloid natur. De dialysera långsamt eller ej alls, vilket förhindrar deras diffusion ut ur cellen. De visa tydlig Tyndall-effekt, fällas av proteinfällande ämnen, äro termolabila och ha hög molekylvikt (se tabell 1). Som amfolyter vandra enzymerna vid elektrofores till anoden eller katoden eller ej alls; vandringen bestämmes liksom för proteinerna av lösningarnas pH. Enzymerna visa karakteristiska isoelektriska punkter (IP; se tabell 2).

Tabell 1

| Enzym | M |
|---|---|
| invertas | 20 000 |
| pepsin | 36 000 |
| enolas | 63 000 |
| gula enzymet | 80 000 |
| katalas | 225 000 |
| ureas | 483 000 |

Tabell 2

| Enzym | IP |
|---|---|
| pepsin | 1,5 |
| kolinesteras | 4,7 |
| ureas | 5,0 |
| gula enzymet | 5,2 |
| kymotrypsin | 5,4 |
| katalas | 5,7 |
| trypsin | 7—8 |
| papain | 9 |

## 2. Preparation och kristallisering

Enzymer kunna prepareras med samma allmänna metoder som proteiner. Ureas var det första enzym, som man lyckades kristallisera (Sumner 1926). Många enzymer — för närvarande ca 70 — ha sedan dess framställts i kristallinisk form.

## 3. Specifitet

De ämnen, som enzymerna angripa, kallas deras *substrat.* Varje enzym katalyserar en specifik reaktion eller typ av reaktion; denna specifitet (eller selektivitet) ligger till grund för enzymernas klassificering. Ofta gäller att substratet konfigurativt mycket nära ansluter sig till utformningen av enzymmolekylens yta, vid vilken substratet antages bliva adsorberat (»nyckel- och lås»-teorien enl. Emil Fischer).

Man skiljer mellan olika typer av substratspecifitet:

a) *Absolut specifitet,* då enzymet angriper endast ett substrat eller en bindningstyp i en större grupp av ämnen; ureas angriper t. ex. endast urinämne, pepsin endast proteiner men ej fetter eller kolhydrater.

b) *Relativ specifitet,* då ett enzym verkar på två eller flera substrat; reaktionshastigheten är då vanligen olika för olika substrat inom gruppen av de närstående ämnena. Esteraser hydrolysera exempelvis olika estrar med olika hastighet, peroxidas katalyserar oxidationen av ett stort antal fenoler och aromatiska aminer i närvaro av väteperoxid eller andra peroxider. Ännu mindre specifik är xantinoxidas i mjölk.

c) *Stereokemisk specifitet,* vilket anger förmågan för ett enzym att reagera endast med den ena av två optiska antipoder eller endast med substrat av viss specifik stereokemisk konfiguration; α-glykosidas (maltas) katalyserar sålunda hydrolysen av endast α-glykosider (t. ex.

maltos) och ej av β-glykosider, D-aminosyreoxidas oxiderar endast D-aminosyror och ej L-aminosyror.

### 4. Reversibilitet och syntes genom enzymer

Enligt massverkans lag kan ett enzym, liksom varje annan katalysator, påverka en reversibel kemisk reaktion i båda riktningarna. Man uppnår därför samma slutläge oberoende av från vilken sida av jämviktsläget, som den enzymatiskt katalyserade reaktionen sätter igång. På så sätt kan alltså ett enzym, beroende på miljön, antingen verkan nedbrytande eller syntetiserande. Det mest kända exemplet härpå är förestringen i närvaro av *Ricinus*-lipas av glycerin med oljesyra och hydrolys av denna ester (triolein) i närvaro av samma lipas.

Vissa enzymatiskt katalyserade reaktioner (t. ex. sönderdelningen av väteperoxid genom katalas och stärkelse genom amylas) äro irreversibla, beroende på att jämviktsläget är termodynamiskt ogynnsamt för exempelvis syntes.

En del syntesreaktioner fordra tillförsel av energi (t. ex. i form av energirika ämnen såsom adenosintrifosforsyra) och ett specifikt enzym. Sålunda har man *in vitro* syntetiserat glykos-6-fosfat (genom hexokinas), acetylkolin (genom kolinacetylas) och hippursyra (genom leverextrakt).

### 5. Enzymernas finare byggnad

Många, dock ej alla, enzymer äro uppbyggda enligt schemat för en sammansatt (konjugerad) protein, exempelvis som en kromoproteid. En sådan består av: 1) en högmolekylär, oftast specifik protein, som är ansvarig för *substratspecifiteten*; och 2) en lågmolekylär, vanligen komplicerat byggd molekyl, som är ansvarig för *verkningsspecifiteten* (dvs. innehåller enzymets verkningsgrupp). Schematiskt ha alltså dessa enzymer följande sammansättning:

| | | | |
|---|---|---|---|
| *enzym* | = *protein* | + *icke-protein* | |
| holoenzym | apoenzym | coenzym eller prostetisk grupp | |

Coenzymet kan frigöras från holoenzymet genom dialys eller med andra metoder. Varken coenzymet eller apoenzymet äro var för sig aktiva; endast i förening kunna de utöva enzymverkan. Flera coenzymer ha isolerats och deras kemiska struktur uppklarats. De äro till skillnad från apoenzymer värmestabila, kristalloida föreningar. Coenzymer kunna vara järn- eller kopparhaltiga porfyrinderivat nukleotider eller vitaminer. Sannolikt utgör varje vitamin eller enkelt derivat därav en nödvändig del av något enzymsystem; vitaminernas egentliga roll skulle sålunda bestå i coenzymverkan. Så är exempelvis

vitamin $B_1$ coenzym i karboxylas, nikotinamid i dehydrogenaser, vitamin $B_2$ i många oxidaser, vitamin $B_6$ i aminosyredekarboxylas och pantotensyra i acetylaser. De coenzymer, som ingå i många oxidations- och reduktionssystem, kunna anses vara ett andra substrat för enzymet (t. ex. codehydrogenaser). Metalljoner, som kunna utgöra en del av vissa enzymer eller äro nödvändga för dessas verkan, äro icke coenzymer i egentlig mening (se under 7 nedan).

En del enzymer (pepsin, trypsin, ureas) innehålla ej någon prostetisk grupp. De äro med andra ord uppbyggda som enkla proteiner (av enbart aminosyror).

### 6. Zymogener och kinaser

Vissa enzymer förekomma som inaktiva förstadier eller *zymogener* (proenzymer). Genom inverkan av specifika *kinaser* överföras dessa i aktiva enzymer. Sålunda aktiveras trypsinogen i pankreassaften av enterokinas i tarmsaften; inaktivt pepsinogen övergår vid $pH < 6$ i aktivt pepsin. En kinas skiljer sig från ett coenzym genom att den förra förstörs vid upphettning till temperaturer under 100° C och ej diffunderar genom semipermeabla membraner.

### 7. Aktivatorer

Många joner, framför allt metalljoner, ha aktiverande verkan på enzymer. Dessa aktivatorer äro ofta av »coenzym»-natur, dvs. de utgöra en normal beståndsdel av enzymmolekylen. Sålunda fordrar arginas tvåvärda joner av kobolt eller mangan eller andra bivalenta metalljoner för sin verkan, kolsyreanhydras fordrar zink, fosfatas magnesium osv. Även andra ämnen kunna vara enzymaktivatorer; sålunda aktiveras pankreaslipas av gallsyresalter, kalciumsalter och albumin, saliv- och pankreasamylas av klorid. Enzymer, som måste innehålla fria SH-grupper för att vara aktiva och som lätt oxideras, fordra reducerande ämnen.

### 8. Protektorer

Många ämnen, framför allt vissa proteiner, skydda enzymer mot denaturering och kunna verka aktiverande genom att förena sig med ämnen, som annars skulle ha hämmat enzymaktiviteten. Dessa skyddsämnen kallas *protektorer*.

### 9. Hämning och inaktivering av enzymaktivitet

*Inhibitorer och inaktivatorer.* Ämnen som hämma enzymaktiviteter kallas enzymgifter eller *inhibitorer*. Hämningen kan vara reversibel eller irreversibel; i det senare fallet är det riktigare att tala om *inaktivatorer*.

Om ett ämne konkurrerar med substratet om enzymets aktiva grupp(er), betecknar man hämningen som *kompetitiv*; denna hämning kan i sin tur vara reversibel eller irreversibel (se vidare nedan under »Enzymreaktionernas kinetik»). Kompetitiva inhibitorer ha i allmänhet en med enzymets naturliga substrat likartad kemisk struktur, men denna likhet är dock icke nödvändig. Glykos hämmar exempelvis verkan av fosforylas på glykos-1-fosfat, malonsyra hemmar dehydreringen av bärnstenssyra till fumarsyra genom succinodehydrogenas. Även enzymreaktionernas reaktionsprodukter kunna verka konkurrerande med substratet om enzymet; kolin hämmar sålunda den enzymatiska hydrolysen av acetylkolin genom kolinesteras. Exempel på irreversibla kompetitiva inhibitorer (inaktivatorer) utgör en serie organiska fosforföreningar (s. k. nervgaser), som specifikt inaktivera kolinesteras.

Vid en *icke kompetitiv* enzymhämning sker ingen konkurrens mellan inhibitor och substrat; substratkoncentrationen har därför ingen inverkan på hämningen i detta fall. Ifrågavarande ämnen angripa antingen enzymets proteinkomponent eller dess prostetiska grupp (coenzym). I förra fallet reagerar giftet med sådana grupper som SH, SS, $NH_2$ eller OH (fenol); exempel äro joner av tunga metaller, monojodättiksyra, salpetersyrlighet, formaldehyd och jod. Dessa ämnen kunna verka både reversibelt och irreversibelt. Ämnen, som angripa enzymets icke-proteinkomponent, äro exempelvis kolmonoxid, svavelväte och cyanväte, vilka alla hämma järnporfyrinenzymer. Fluorider och oxalater hämma enzymer, som för sin verkan fordra kalcium.

*Antienzymer* äro antikroppar, som bildas i en organism som resultat av parenteralt införande (t. ex. genom insprutning i muskulaturen) av enzymer. Däggdjurskroppen har sålunda förmåga att bilda antienzymer mot de flesta enzymer. Antienzymer äro ofta artspecifika. Vissa antienzymer skydda magsäcken och tarmarna för verkan av proteolytiska enzymer, som äro verksamma i dessa organ. Antipepsin, antiureas, antikatalas och antiluciferas äro några kända exempel. Enzyminhibitorer i allmänhet böra icke benämnas antienzymer.

*Inaktivering genom bestrålning.* Enzymer inaktiveras vanligen av ljus; kortare våglängder ha större effekt än längre. Inaktivering genom ultravioletta strålar är att vänta, då proteiner denatureras av dessa. Vissa enzymer inaktiveras av röntgenstrålar.

### 10. Faktorer som inverka på enzymaktiviteten

a) Temperatur. En ökning av temperaturen påskyndar de enzymatiska reaktionernas hastighet endast inom vissa gränser. Efter-

# NORMA

## BORDSINSTRUMENT
## i precisionsutförande

ro genomgående av klass 0,5 och försedda med **stålkåpa** (ej bakelit) som avskärmar även sidled. Därigenom ökas också instrumentens stabilitet.

8 mm spegelskala med knivvisare. Utföres med upp till fyra mätområden med nedanstående ax. resp. min. områden. Med Normas strömtransformator kunna f. ö. – utöver vad här angives strömmätningsområdena utökas upp till 600 A.

RIDJÄRNMÄTSYSTEM
lägsta område 0–6 V resp. 0–10 mA
högsta „ 0–520 V resp.0–50 A.

RIDSPOLEMÄTSYSTEM
lägsta område 0–18 mV resp. 0–25 $\mu$A
högsta „ 0–600 V resp. 0–30 A
(med torrlikriktare eller termokors på begäran)

VATTMETRAR
lägsta område 50 mA, 12 V
högsta „ 5 A, 520 V

DUBBELWATTMETRAR
2×5 A, 2×130/260 V
Cos $\varphi$ =0,5 och 1

EFFEKTFAKTORMETER FÖR TREFASSTRÖM
5 A, 130 V (260/520 V)

TRESYSTEMIGA WATTMETRAR
Data på begäran

essutom levereras
uxmetrar, luxmetrar,
emperaturmetrar, direkt-
isande ohmmetrar m.m.
nabb och noggrann ser-
ice med originalreservdelar.

# PHILIPS

Mätinstrumentavdelningen, Stockholm 6. Tel. 340580, för rikssamtal 340680

# *matematiker, fysiker, kemister*

*har nu fått sin egen* **OLYMPIA**

Olympia SM 2 — ett av de ledande (skrivmaskins)märkena i landet och sålt i åtskilliga tusental exemplar — tillverkas vid Tysklands största skrivmaskinsfabrik, Olympia Werke West GMBH, Wilhelmshafen, Västtyskland.

Nu kan Ni också få Er Olympia SM 2 med matematiska, fysikaliska och kemiska skrivmaskinstecken. Det är en liten maskin med en stor maskins alla förnäma egenskaper och med den kan Ni ta upp till 12 kopior.

Olympia-maskinerna finns i 97 av världens länder — i Sverige genom

# SVEN AHLSTEDT

Aktiebolag

Västra Trädgårdsgatan 4, Stockholm

Telefoner: 202232, 202263, 202265

Tabell 3

| Enzym | Källa | °C | Temp. koeff. |
|---|---|---|---|
| lipas | pankreas | 20—30 | 1,26 |
| sackaras | jäst | 25—35 | 1,61 |
| amylas | pankreas | 30—40 | 2,0 |
| ureas | »jack bean» | 10—20 | 1,79 |
| | | 20—30 | 1,63 |
| | | 30—40 | 1,49 |

som ett enzym är värmekänsligt (på grund av sin proteinnatur), är det två processer som påverkas av en temperaturstegring: 1) en ökning av den katalyserade reaktionens hastighet på grund av ökad molekylarrörelse; och 2) en ökning av den hastighet, med vilken enzymet inaktiveras vid värmedenaturering. Därför är den temperatur, vid vilken reaktionen har ett optimum, icke nödvändigtvis den bästa temperaturen för enzymaktiviteten; denna optimala hastighet kan nämligen endast upprätthållas under en kortare tid.

Den optimala temperaturen för de flesta enzymer från djur är 30—40° C, om tiden mätes i timmar; motsvarande optimum för enzymer från växter är 40—50° C. Mätes tiden i dagar eller månader blir den optimala temperaturen för båda enzymgrupperna mycket lägre. Vid 0° C äro de flesta enzymer inaktiva; lipaser ha dock befunnits aktiva även vid —15° C. De flesta enzymer förstöras vid upphettning till 50—60° C; vid 100° C förstöras praktiskt taget alla enzymer omedelbart. Aktivitetsoptimum beror på att den katalytiska reaktionen påskyndas likformigt med stigande temperatur, under det att enzymets inaktivering samtidigt tilltager. Inaktiveringens temperaturkoefficient är avsevärt mycket större än den för reaktionshastigheten. Temperaturkoefficienten

$$K_{10} = \frac{\text{reaktionshastighet vid } (T°+10°)}{\text{reaktionshastighet vid } T°}$$

$K_{10}$ har vid rumstemperatur vanligen värden mellan 1,4 och 2 och avtager med stigande temperatur (se tabell 3).

b) Inverkan av mediets pH. Ett enzyms aktivitet beror på ett karakteristiskt sätt av mediets pH. Varje enzym är karakteriserat av ett optimalt pH eller pH-intervall, där enzymet har sin största aktivitet och är stabilast. På båda sidor om detta optimum avtager reaktionshastigheten och tilltager enzymets denaturering. pH-optimum

Tabell 4

| Enzym | Källa | Substrat | pH-optimum |
|---|---|---|---|
| pepsin | tarmmukosa | äggalbumin | 1,5 |
| » | » | kasein | 1,8 |
| » | » | hemoglobin | 2,2 |
| fosfatas | *Aspergillus* | glycerinfosfat | 3,6 |
| » | potatis | fosfatestrar | 5,8—5,9 |
| » | njure | » | 8,8—9,2 |
| amylas | malt | stärkelse | 4,4—5,2 |
| » | saliv | » | 6,8 |
| lipas | tarmmukosa | fetter | 5,5—8,6 |
| ureas | sojabönor | urinämne | 6,4—6,9 |
| trypsin | pankreas | proteiner | 8—9 |

varierar från enzym till enzym; det är ej fixerat till ett bestämt värde under alla förhållanden, utan varierar med enzymkällan, använt substrat, buffert och temperaturen (se tabell 4).

Ett enzyms aktivitet är sammankopplad med både enzymets och substratets dissociationstillstånd. Uppkomsten av ett pH-optimum förklaras därför nu av att aktiviteten är en funktion av produkten av koncentrationerna av aktivt enzym och angripbart substrat; dessa koncentrationer bestämmas av bådas dissociationstillstånd.

c) Enzymkoncentrationen. Hastigheten för en enzymreaktion är vanligen direkt proportionell mot enzymkoncentrationen, när substratmaximum föreligger. Detta gäller dock endast för relativt korta tidsperioder (reaktionens utgångshastighet), ty om slutprodukterna icke avlägsnas, kunna dessa eventuellt hämma reaktionen. Vid högre enzymkoncentration blir reaktionshastigheten ofta mindre än den väntade. För hydrolyser gäller därvid ofta en exponentiell funktion (Schütz' regel).

d) Substratkoncentrationen. Utgångshastigheten för en enzymreaktion ökar med en ökning av substratkoncentrationen till ett visst maximum. En ytterligare ökning av denna koncentration leder ofta till ett avtagande av reaktionshastigheten. Denna effekt förklaras genom bildningen av ett enzym-substratkomplex. Om substratkoncentrationen är så hög, att alla enzymmolekylerna kunna reagera (enzymet mättat med substrat), kommer en ökning av substratkoncentrationen icke att ytterligare öka reaktionshastigheten. Se vidare nedan under »Enzymreaktionernas kinetik».

### 1. »Turnover number»

Med »turnover number» eller växeltal menar man antalet substratmolekyler, som förbrukats per minut av en enzymmolekyl. Detta tal är ett mått på enzymets effektivitet. Katalas från oxlever har växeltalet 5 000 000, »gamla» gula enzymet 50, L-aminosyraoxidas 7.

## B. Några vanliga enzymer

En vanlig indelning av enzymerna grundar sig på den katalyserade reaktionens natur och på det substrat, som förstörs eller aktiveras. Vanligen benämnes ett enzym så, att man till namnet för substratet eller för den katalyserade reaktionen lägger ändelsen *-as* (de sålunda bildade orden ha realgenus och böjas ej i singularform). Enzymkällan användes ibland som en del av namnet, då enzymer från olika material ofta visa olika egenskaper (t. ex. salivamylas, leverkatalas, serumkolinesteras). Detta är dock ej alltid tillräckligt; leverkatalas från ko skiljer sig exempelvis från samma enzym från häst bl. a. genom olika löslighet. Många icke-systematiska namn användas fortfarande, t. ex. diastas, pepsin, trypsin, papain. Ett fåtal enzymer ha uppkallats efter de ämnen, som de syntetisera, genom tillägg av ändelsen *-es* (t. ex. rodanes).

### 1. Hydrolaser

katalysera hydrolytiska reaktioner. Alltefter substrat eller yttre betingelser kan en hydrolas verka hydrolyserande eller syntetiserande.

*Esteraser* äro katalysatorer för jämviktsreaktionen:

$$R—CO—OR' + H_2O \rightleftarrows RCOOH + HOR'$$

dvs. hydrolys resp. syntes av en ester. Syran kan vara organisk eller oorganisk. Se tabell 5.

Tabell 5. Esteraser

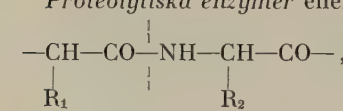
| Enzym | Förekomst | Substrat | Slutprodukter |
|---|---|---|---|
| ipaser | pankreas, mage; växtfrön | fetter | fettsyror + glycerin |
| liesteraser | lever | enkla alifatiska estrar | syra + alkohol |
| kolinesteraser | nerver, blod | acetylkolin | ättiksyra + kolin |
| klorofyllas | gröna växter | klorofyll | klorofyllin + fytol |
| fosfataser | blod; tarm, njure, lever | fosforsyraestrar | fosforsyra + bas |
| ulfataser | mögelsvampar | svavelsyraestrar | svavelsyra + fenol |

Tabell 6. Karbohydraser

| Enzym | Förekomst | Substrat | Slutprodukter |
|---|---|---|---|
| β-fruktosidaser (ex. sackaras) | jäst; tarm | β-fruktosider (ex. rörsocker) | fruktos+glykos |
| α-glykosidaser (ex. maltas) | jäst, mögelsvampar, malt; tunntarm | α-glykosider (ex. maltos) | glykos |
| β-glykosidaser (emulsin; ex. cellobias) | mögelsvampar, växter | β-glykosider (ex. cellobios) | glykos |
| β-galaktosidaser (ex. laktas) | alfalfa | β-galaktosider (ex. laktos) | galaktos+glyko |
| amylaser: | | | |
| α-amylas | pankreas, saliv; groende frön, mögelsvampar | stärkelse, glykogen | dextriner |
| β-amylas | endast i växtriket | stärkelse, glykogen | maltos |
| cellulas | mögel, bakterier; evertebraters tarmkanal | cellulosa | cellobios |
| inulas | växter | inulin | fruktos |

*Karbohydraser* finnas i de flesta växter och djur och hydrolyser sammansatta sockerarter till enkla (oligaser) eller polysackarider til sockerarter (polyaser). Se tabell 6.

*Proteolytiska enzymer* eller proteaser spjälka peptidbindningar, dvs



—CH—CO—NH—CH—CO—, och indelas bäst i följande två grupper

$R_1$ $R_2$

*Endopeptidaser* (proteinaser) angripa företrädesvis proteinerna djupare liggande peptidbindningar. *Exopeptidaser* verka endast p enkla föreningar, som ha en eller flera terminala aminosyrareste med fri karboxyl- (karboxipeptidas) eller aminogrupp (aminopeptidas) Se tabell 7.

*Amidaser* spjälka amider:

$$R'—CO—NH—R'' + H_2O \rightleftarrows R'—COOH + R''NH_2$$

Se tabell 8.

Tabell 7. Proteolytiska enzymer

| Enzym | Förekomst | Substrat | Slutprodukter |
|---|---|---|---|
| dopeptidaser: | | | |
| epsin och pepsi-ogen | mage | proteiner | proteoser och peptoner |
| rypsin och tryp-inogen | pankreas | proteiner, proteoser, peptoner | proteoser, pepto-ner, aminosyror |
| ymotrypsin och ymotrypsinogen | pankreas | proteoser, peptoner | polypeptider och aminosyror |
| apain | mjölksaften från *Carica papaya* | proteiner | peptider och aminosyror |
| ymosin (rennin, öpeenzym) | löpmagen hos kalvar | kasein | parakasein |
| opeptidaser: | | | |
| arboxipeptidas | pankreas | $H_2N-CH(R)-CO-NH-$ | peptider och aminosyror |
| minopeptidas | jäst; tarmslem-hinna, njure, lever | $HOOC-CH(R)-NH-CO-$ | peptider och aminosyror |

Tabell 8. Amidaser

| Enzym | Förekomst | Substrat | Slutprodukter |
|---|---|---|---|
| ureas | »jack bean», sojabönor | urinämne | $NH_3+CO_2$ |
| arginas | lever | arginin | ornitin+urinämne |
| hippurikas (histozym) | njure, lever, pankreas | hippursyra | bensoesyra+glykokoll |
| histidas | lever | histidin | glutaminsyra+myrsyra+$NH_3$ |
| asparaginas | jäst, mögel | asparagin | asparaginsyra+$NH_3$ |

## 2. Oxiderande och reducerande enzymer

De viktigaste livsprocesserna äro bildningen av energirika födo-ämnen ur koldioxid och vatten samt det kontrollerade frigörandet av denna energi för att utnyttjas av levande celler. Den första av dessa reaktioner (»fotosyntesen») sker hos de gröna växterna genom

Tabell 9. Den oxidativa »carrier»-kedjan

| »Carrier» | Verkningsmekanism |
|---|---|
| | oxidations-produkt ← substrat |
| | 2H |
| dehydrogenas | CoI ⇄ CoI-$H_2$ (jfr tab. 11) |
| | 2H |
| diaforas | flavin ⇄ flavin-$H_2$ ——— $2H^+$ |
| | 2e |
| cytokrom b | $2Fe^{3+}$ ⇄ $2Fe^{2+}$ |
| | 2e |
| cytokrom c | $2Fe^{3+}$ ⇄ $2Fe^{2+}$ |
| | 2e |
| cytokrom a | $2Fe^{3+}$ ⇄ $2Fe^{2+}$ |
| | 2e |
| cytokromoxidas | $2Fe^{3+}$ ⇄ $2Fe^{2+}$ |
| | 2e |
| | $^1/_2 O_2$ → $O^{2-}$ ——— $H_2O$ |

kemisk reduktion av koldioxid. Den andra reaktionen, den upplag-rade energiens frigörande, är resultatet av den biologiska oxidationen av födoämnen eller produkter därav.

Den viktigaste energikällan för både växter och djur utgöres av kolhydrater, fetter och proteiner. Dessa ämnen äro relativt stabila och med undantag av fetterna oxideras de icke spontant utanför levande celler. Med hjälp av enzymer kunna de levande cellerna lät oxidera dessa ämnen, varvid värme och andra energiformer frigöras. Den energi, som icke frigöres som värme, utnyttjas av cellerna.

Det finns sannolikt flera system, genom vilka den biologiska oxida-tionen äger rum, men endast ett av dessa system har man studera i detalj. I detta numera tämligen väl kända system har den biologiska oxidationen visat sig vara en komplicerad process, som katalysera

Tabell 10. Oxidaser

| Enzym | Förekomst | Substratsystem |
|---|---|---|
| ärnoxidaser: | | |
| peroxidas | växter | oxiderar fenoler och aromatiska aminer i närvaro av $H_2O_2$ |
| katalas | alla levande celler | $2H_2O_2 \rightarrow 2H_2O + O_2$ |
| cytokromoxidas | alla celler utom vissa bakterier | överför elektroner till syret |
| cytokromer | alla celler | överföra elektroner till cytokromoxidas (se tabell 9) |
| kopparoxidaser: | | |
| monofenoloxidaser (tyrosinas) | växter, insekter | fenoler → kinoner |
| askorbinsyraoxidas | växter | askorbinsyra → dehydroaskorbinsyra |

av ett flertal enzymer i en serie reaktioner. Substraten i detta system utgöras av de ämnen, som bildas vid kolhydratomsättningen. Många av dessa ämnen bildas även vid fetternas och proteinernas nedbrytning. Man har sålunda funnit en hel serie ämnen, som kunna bildas från någon av de tre viktigaste födoämnesgrupperna och som verka som substrat vid den biologiska oxidationen.

Den biologiska oxidationsprocessen kan allmänt formuleras på följande sätt:

$$\text{födoämne} + O_2 \rightarrow CO_2 + H_2O + \text{energi}$$

Vid försök att förklara reaktionsmekanismen ha framför allt två teorier spelat den största betydelse; de ha uppställts av respektive Otto Warburg och Heinrich Wieland. Dessa teorier ha senare kompletterats med en teoretisk förklaring till koldioxidbildningen. De olika teorierna kunna i korthet sammanfattas på följande sätt

a) Födoämnena nedbrytas med hjälp av en serie hydrolytiska och andra enzymer från stora molekyler till föreningar med ett fåtal atomer, de verkliga ämnesomsättningsprodukter, som sedan oxideras.

b) De oxiderbara föreningarna (substraten) äro salter av organiska syror, såsom bärnstenssyra, isocitronsyra, äppelsyra, β-oxismörsyra, mjölksyra.

c) Oxidationen av dessa ämnen sker genom dehydrering; bärnstenssyra ger fumarsyra, isocitronsyra oxideras till oxalbärnstenssyra etc.

Tabell 11. Dehydrogenaser

| Enzym | Förekomst | Substratsystem |
|---|---|---|
| flavoproteider (gula enzymer) (innehålla riboflavin): | | |
| »gula enzymet» enl. Warburg | jäst | red CoI → ox CoI (Co = coenzym; cozymas = CoI och CoII) |
| diaforas | nästan alla celler | transporterar väte mellan c zymas och cytokromsystem |
| xantinoxidas (Schardingers enzym) | mjölk; lever och sannolikt andra djurceller | puriner resp. aldehyder – oxipuriner resp. syror |
| pyridinproteider (innehålla fosforpyridinnukleotider): | | |
| glykosdehydrogenas | djurceller | D-glykos → glykonsyra |
| alkoholdehydrogenas | växt- och djurceller | alkoholer → aldehyder och ketoner |
| mjölksyradehydrogenas, djur- | särskilt hjärta | mjölksyra → pyrodruvsyra |
| dehydrogenaser utan prostetisk grupp: | | |
| succinodehydrogenas | nästan alla celler | bärnstenssyra → fumarsyra |
| mjölksyradehydrogenas, växt- | jäst | mjölksyra → pyrodruvsyra |

Från varje substrat borttages 2H, dvs. två protoner ($2H^+$) och två elektroner (2e); jfr tabell 9.

d) De frigjorda protonerna och elektronerna transporteras genom en serie »carriers», s. k. dehydrogenaser. Vid varje sådan transport av elektroner frigöres energi.

e) Den slutliga transporten av elektroner och protoner sker till molekylärt syre via cytokromsystemet. Som slutprodukt bildas vatten.

f) Bildningen av koldioxid, som är karakteristisk för den aeroba biooxidationen (andningen), sker genom dekarboxylering av ketosyror (t. ex. α-ketoglutarsyra och pyrodruvsyra) och aminosyror.

*Oxidaser* ha följande gemensamma egenskaper: a) aktivera syre; b) reducera ej färgämnen; c) verka ej vid frånvaro av syre (peroxidas

och katalas fordra $H_2O_2$); d) katalysera en direkt reaktion mellan substrat och syre; e) hämmas av cyanid; f) fordra varken coenzym eller cytokrom. Se tabell 10.

*Dehydrogenaser* aktivera substratens väte och reducera färgämnen. Se tabell 11.

### 3. Desmolaser

Dessa enzymer spjälka bindningar, t. ex. C—C och C—N, som icke angripas av vatten. Till denna grupp höra alltså i själva verket även de oxiderande och reducerande enzymen. Exempel på några desmolaser återfinnas i tabell 12.

Tabell 12. Desmolaser

| Enzym | Förekomst | Substratsystem |
|---|---|---|
| karboxylas | växter och djur | pyrodruvsyra → acetaldehyd + $CO_2$ |
| transaminaser | djur och högre växter | överföra en aminogrupp från en L-aminosyra till en ketosyra |
| aldehydmutas | jäst; lever | 2 aldehyd + $H_2O$ → syra + alkohol |
| fosforylas | djur och växter | stärkelse eller glykogen → glykos-1-fosfat |
| kolsyraanhydras | röda blodkroppar | $H_2CO_3$ → $CO_2$ + $H_2O$ |

Forts.

# Mätning av korta tider med växelström II

Av läroverksadjunkt John Stenman, Uppsala

I Elementas föregående häfte, juni 1953, s. 101, angavs en metod för mätning av korta tider och visades, hur denna metod kunde användas vid försök med Galileis ränna. Metoden kan användas vid ett antal försök för vilka redogörelser efter hand skall lämnas i Elementa. Här följer beskrivning på en kronograf enligt principen i fråga och bestämning av accelerationen vid fritt fall.

## 2. Kronograf

Den i föregående uppsats beskrivna enkla mätskivan kan ersättas med följande kronograf, enklare vid handhavandet fast ur tillverkningssynpunkt mer komplicerad. Denna består av en metallskiva av 25 cm diameter med svartlackerad yta och försedd med en från centrum radiellt utgående vridbar arm (se fig. 5). Fjädern som åstadkommer friktionen sitter under armen. Denna är gängad, varför fjädern vid armens vridning förskjutes längs armen, från periferien mot centrum. Fjäderns spår i pulvret kommer alltså att bilda en spiral (nära 3 m lång). Hela skivans yta blir på detta sätt utnyttjad. Då skivan är fulltecknad, jordas den, och armen vrides åt motsatt håll mot förut, varvid fjädern föres ända ut till ytterkant. Därvid lägger sig niktpulvret jämnt och fint och kronografen är färdig för ny användning. Kronografens mätskiva är liksom den tidigare beskrivna enkla mätskivan kopplad kapacitivt till växelströmmen, och fjädern

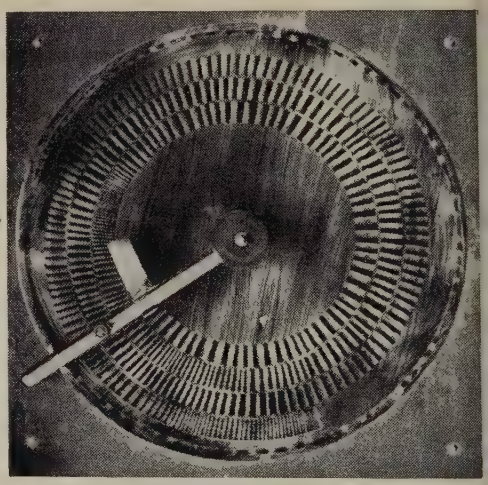


Fig. 5. Kronograf.

jordas genom handen och kroppen. Om man står på ett högisolerande underlag, kan det bli nödvändigt sörja för att kroppen jordförbindes.

Kronografen är enklare att använda än mätskivan, därför att fjäderns tryck hela tiden är konstant, varför experimentator endast har att dra handtaget runt. — Anmärkas bör att pulvret efter någon tids användning bör förnyas.

### 3. Bestämning av accelerationen vid fritt fall

Fallförsöken utföres med en liten stålkula av 5 mm diameter, som lösgöres med hjälp av en mekanisk utlösningsanordning (fig. 6). Denna består av två fjädrar *F*, monterade på en rundstav av trä. Kulan

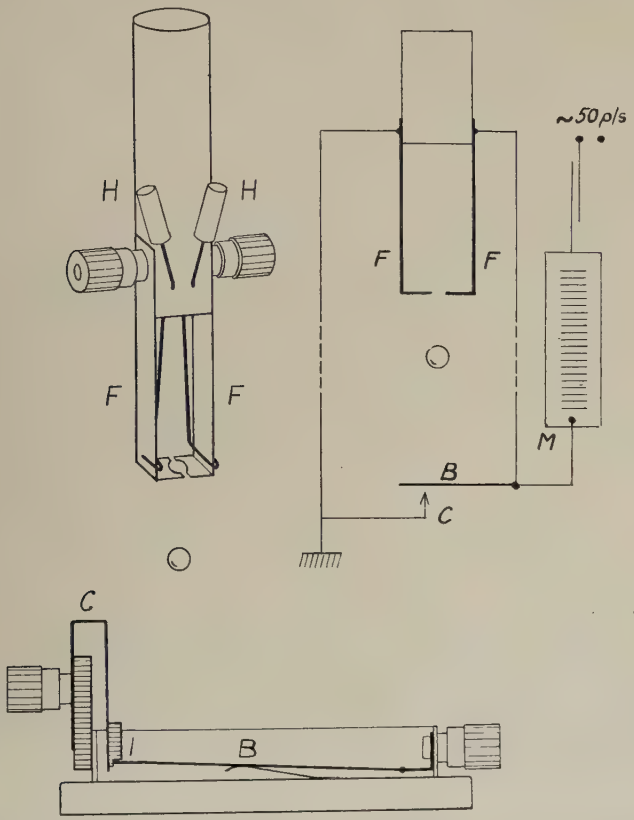



Fig. 6. Anordning för bestämning av accelerationen vid fritt fall. Kopplingsschema och detaljer av utlösningsanordningen och av kontaktlådan, mot vilken kulan faller.

lägges nedsänkt nästan till hälften i ett hål (med en diameter något mindre än kulans) mellan fjädrarna. Hålet kan snabbt vidgas genom att man för samman två på fjädrarna fastsatta handtag *H*. Kulan faller, och därvid brytes jordningen till mätskivan *M* (eller kronografen), som gått via kulan (se kopplingsschemat fig. 6), och tidsregistreringen börjar. — Man måste givetvis börja dra fjädern på mätskivan, *innan* jordningen bryts. Detta gäller vid all användning av mätskivan.

Då kulan träffar skivan *B*, kommer denna snabbt i kontakt med den jordade *C*, och registreringen avbrytes.

Kontaktanordningen är inbyggd i en låda (se den undre bilden i fig. 6), som består av en rörlig metallplåt *B* och en fjäder *C* vid vilken en isolerande, trappstegsformad kuts *I* är fästad. I fig. vilar plåten *B* mot *I*, och kontakten mellan *C* och *B* är bruten. När kulan faller från utlösningsanordningen och träffar plåten *B*, tryckes denna nedåt, glider av kutsen *I* och kommer i beröring med fjädern *C*. Mätplattan blir därigenom åter jordad, och registreringen avbrytes.

Förf. använde vid sina försök först en elektromagnetisk utlösning av kulan, men ovanstående mekaniska är att föredraga.

Nedanstående värden är tagna ur en laborationsredogörelse. Självklart blir variationerna i *g* på grund av ett fel på 0,01 sek, större vid mindre fallhöjd än vid större. Det är alltså en fördel med stora fallhöjder. Man kan också använda mindre, men då bör dessa a priori väljas så, att de passar ihop med ett helt, helst jämnt antal hundradels sekunder.

För var och en av fallsträckorna (*s*) 2,00 m, 1,22 m och 0,78 m gjordes sex bestämningar, varvid följande tider (*t*) erhölls

| I. 2,00 m | II. 1,22 m | III. 0,78 m |
|---|---|---|
| 0,63 sek | 0,51 sek | 0,39 sek |
| 63 | 50 | 39 |
| 63 | 50 | 40 |
| 64 | 51 | 39 |
| 64 | 49 | 39 |
| 64 | 50 | 39 |

och accelerationer ($g=2s/t^2$): 9,92, 9,76 och 10,15 m/sek$^2$.

Fallapparater, dels för demonstration (av Atwood-typ), dels för laborationer (självregistrerande) är färdigkonstruerade och kommer att beskrivas i ett följande häfte av Elementa.

# En epokbildande lärobok i ellära

Av docent Erik Ingelstam, Stockholm

Behövs nya läroböcker inom elläran, det område, där den tekniska tillämpningen varit så framgångsrik, att den dominerar såväl kraft- som signalteknik inom det moderna samhället, och där grunderna sedan länge arbetats fram, med Maxwell som det klart lysande namnet? Man kunde tro, att den rikhaltiga läroboks- och handbokslitteraturen skulle fylla alla tänkbara behov även för studerande av i dag.

Två omständigheter har kommit mig att sedan många år önska något nytt. Den första är, att man mera än vad äldre tiders läroböcker gjort önskar använda vektorframställningen, den naturliga och därför enkla matematiska beskrivningen. Den andra och vida viktigare är den omvärdering, som i samband med diskussionen om nya enhetssystem har skett i fråga om ellärans hela uppbyggnad, dess grunddefinitioner och grundläggande ekvationer.[1]

Det är därför med stor tillfredsställelse man hälsar utgivandet av professor Erik Halléns bok Elektricitetslära. Hallén är tack vare sina ingående studier av problemen en av de obestridliga auktoriteterna på detta område, och hans bok är därför icke endast en lärobok för studerande utan även en kodex för vetenskapliga och pedagogiska författare. Det är glädjande, att denna första upplaga utkommit på svenska. Ungefär halva stoffet är bekant för den som tagit del av Halléns kompendier för Tekniska högskolan under åren 1945—47.[2] Här återkommer detta i sovrad form och — vad som är mycket viktigt för fysikerna — kompletterat med avsnitt om grundläggande begrepp. Den senare hälften av boken är nypublicerad.

Avdelningarna i den 556 sidor starka boken är rubricerade: Elektrostatik, Likström, Stationär elektromagnetism, Elektromagnetisk induktion, Stationär växelström och Elektromagnetisk fältteori, och sist följer en problemsamling om 567 nummer, av vilka en del torde ha författats och använts vid högskoleundervisningen. I den sista avdelningens fältteori har förf. tagit med ett avsnitt ur sitt specialområde antennteori, som är mera avancerat än de andra och fordrar mera matematisk insikt och vana.

Med detta undantag är boken tillgänglig för första-årens studerande vid universitet och högskolor, eftersom den endast förutsätter sådan differential- och integralkalkyl som läses för preliminärexamina. Detta är betydelsefullt, och som särskilt karakteristiskt bör framhållas, att de enkla elektriska fallen, såsom kondensatorerna och de magnetiska fälten kring strömbanor verkligen genomräknas grundligt och klart,

något som ofta överhoppas av författare med stora aspirationer på generell matematik. Särskilt förebildlig är växelströmsläran, som leder fram till transformatorer och trefassystem men börjar med fysikaliskt påtagliga grunder och är åtföljd av många räkneuppgifter. I fråga om fälten användes genomgående vektorframställningen, och till ledning för de många som behöver repetition av vektorformlerna är de samlade i en översikt.

Här är inte platsen att rekapitulera de många faserna och nyanserna i diskussionen kring fysikens enhetssystem, enkannerligen ellärans. Det blev i stor utsträckning till detta område som intresset knöts under de sista 20 åren, då Giorgis förslag, ursprungligen mycket begränsat, expanderade till att utmynna i ett MKSA-system. Där stridsfronten hade hårdnat som mest förenklades problemet ofta så långt att det ställdes: CGS-systemet eller MKSA-systemet? (Här bortses helt från teknikernas val mellan kraft- och massenhet, som är en annan fråga.) Från CGS-anhängarnas sida gjordes gällande, att speciellt det gaussiska systemet skulle vara vetenskapligt mera moget och att MKSA-systemet tillyxats för att tillmötesgå teknikerna med enklare reduktionsfaktorer eller frånvaron av sådana. Vidare har man med all rätt efterlyst en stabilisering av diskussionen, helst en internationell norm, innan man överger CGS-systemet för MKSA-systemet. Bland de tekniker som för första gången kunnat tränga in i den mera fysikaliska begreppsvärlden inom elläran tack vare MKSA-systemet, har man ibland trott CGS-systemet vara till den grad föråldrat, att man icke ägnat det någon uppmärksamhet men därför också trott, att de båda systemen vore väsensskilda.

Dessa attityder är ungefär lika osakliga. Det är en sak, om man liksom anmälaren tror, att den internationella litteraturen såväl inom den tekniska elläran som fysiken inom ett fåtal år kommer att alltmera gå över till att redovisa i (s. k. rationaliserat) MKSA-system, eftersom detta är både mera praktiskt och generellt och på samma gång fritt från de grava olägenheter som vidlåder praxis med det blandade gaussiska systemet. En annan sak är att klarlägga, hur oberoende av valet av enheter elläran bör byggas upp.

I detta sista avseende är Halléns bok synnerligen klargörande, och däri ligger dess epokbildande karaktär. Hallén låter sin framställning följa MKSA-systemet och sätter ofta ut dess enheter (N/m², Wb/m², Vs/Am), även där det icke vore logiskt nödvändigt utan avser att underlätta inlärandet av dem. Men eftersom samtliga systemkonstanter ($\mu_0$, $\varepsilon_0$, $c$ och $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$) korrekt ingår i alla formler, blir dessa generellt giltiga, och det är bara att välja de värden de har i endera av e. m. e. eller e. s. e. för att få den önskade angivelsen. Åtskilliga anvisningar ges för hur man skall känna igen formler i olika äldre

system. Detta är läsning för fysiker med intresse för dessa frågor. Med stöd av Halléns framställning kan man åter konstatera, att det är lätt att gå över från ett inlärt MKSA-system till att förstå CGS-systemen, men så gott som omöjligt för nybörjaren att göra tvärtom.

Av mycket stor betydelse för klarheten är, att Hallén infört och kommenterat storheten $Z_0$, tomrummets vågmotstånd. Denna storhet är, som nyss antyddes, kvadratroten ur kvoten mellan fältkonstanterna $\mu_0$ och $\varepsilon_0$ och motsvarar begreppsmässigt tomrummets vågmotstånd = ljushastigheten $c_0$,* som ju är kvadratroten ur produkten av dessa storheter. Detta har gjorts även av tidigare författare, såsom av Heaviside och framför allt av Schelkunoff i fråga om de elektromagnetiska vågorna, och av Sommerfeld i hans sist utkomna ellära,[3] men ingen synes ha gjort det med samma följdriktighet som Hallén eller ha utnyttjat det i så allmänt sammanhang. Givet är, att man i de allmänna lagarna kan ersätta de vanligast brukade $\varepsilon_0$ och $\mu_0$ med $Z_0$ och $c_0$, och Hallén anger de tre fundamentala kraftverkningslagarna i den generella formen

$$F = Z_0 c_0 \frac{Q_1 Q_2}{4\pi r^2}; \quad F = \frac{Z_0}{c_0} \frac{I_1 I_2}{2\pi a} l; \quad F = \frac{Z_0}{c_0} \frac{Q_{m1} Q_{m2}}{4\pi r^2}$$

Den initierade ser vid studium av dem, hur denna skrivning avgör åtskilliga av de tidigare debattfrågorna om $\varepsilon$ och $\mu$ i täljare eller nämnare. Vidare avgöres den ibland snedvridna frågan om s. k. rationaliserat skrivsätt eller ej till förmån för detta, dvs. $4\pi$ i nämnaren i de sfäriska fallen; se de första och sista ekvationerna. Ett än viktigare påpekande för vår huvudfråga om CGS-systemen ligger i följande citat ur boken: »Mycket trassel med olika CGS-system för elektriska och magnetiska enheter hade kunnat undvikas, om man redan från början funnit dessa former för kraftlagarna. Nu införde man i stället ständigt numeriska värden för det med fysikalisk dimension behäftade $Z_0/c_0$ och fick så ständigt olika ekvationer i olika sortsystem.»

Mera skall ej anföras om innehållet, eftersom det skulle föra för långt. Det förefaller, som om partier av boken med fördel kunde införas som kurs inom den akademiska fysikundervisningen. Den motsvaras icke av någon för anmälaren känd god lärobok, t. ex. i fråga om fälten och växelströmsläran, och den är, som framgår av det tidigare antydda, modern på just det område som nästa generation av fysiker och lärare måste sätta sig in i.

* Hallén använder $c$, anmälaren föredrar $c_0$ dels i konsekvens med $Z_0$, dels därför att de fysiker som sysslar med optiska vågor lika väl behöver det oindicerade $c$ som elektrikerna behöver sitt oindicerade $Z$, i båda fallen då materialvärdena avviker från vakuumvärdena.

Förf. vänder sig i förordet ganska expressivt till Kungl. Skolöverstyrelsen och hemställer, att magnetisk fältstyrka bör betecknas med $B$ och icke som nu med $H$. Anmälaren instämmer gärna häri och vill som ett lugnande argument påpeka, att detta är den enda storhet inom det magnetiska fältet som med fördel införes i gymnasiekursen. Det är synnerligen tacknämligt, att Hallén i sin bok ytterligare konsoliderar dessa fundament och också så klart angiver, att magnetiska momentet skall räknas i $Am^2$ och de övriga magnetiska storheterna definieras i analogi därmed.

Anmälaren vill också passa tillfället att rikta sig till Kungl. Skolöverstyrelsen och hoppas, att detta ej tas illa upp. Nu är situationen i landet, att icke endast de tekniska högskolorna utan även de fysiska universitetsinstitutionerna i Uppsala, Stockholm och Lund bedriver sin undervisning så att MKSA-systemet genomgås och användes (givetvis parallellt med de äldre systemen; särskilt för universiteten är detta viktigt). Från lärarna och de studerande omvittnas, att införandet av MKSA-systemet gett gynnsamma resultat. Den svenska facklitteraturen på det tekniska området är alltmera anpassad till detta system,[4] och vid de högre tekniska läroverken har man sedan mera än 10 år undervisat i fysik efter de nya linjerna och där samlat vidsträckt pedagogisk erfarenhet. I Sverige finns ett lagförslag till MKSA-enheter, som utarbetats av en enhällig och allsidigt sammansatt kommitté,[5] och internationellt ligger saken väl preparerad och i väntan på konfirmation.[6]

Det är under sådana förhållanden icke rimligt, att eleverna vid realgymnasierna mycket länge till skall få kämpa med rudimenten av flera, icke längre i denna form gångbara enhetssystem. Kunde man inte fixera, att från och med år 1957 studentuppgifternas numeriska angivelser sker i MKSA-system och att från och med nu de nya läroböckerna och upplagorna godkännas i den mån de förenklats till att bygga på MKSA-system genomfört i lärogången? Det kan försäkras, att detta icke ökar belastningen på elever och lärare utan minskar den.

---

E. Hallén, *Elektricitetslära*. Eget förlag, Kungl. tekniska högskolan, Stockholm 1952, 556 s., kr. 55:—.

Referenser

1) Se t. ex. Elementa *23*, s. 81, 1940.
2) Anm. i Elementa *31*, s. 240, 1948.
3) Anm. i Elementa *33*, s. 265, 1950.
4) Ingenjörshandboken del I, 2. uppl. 1953; Elfyma-tabellen, Stockholm 1952; M. Bäckström, MKS-systemet inom mekaniska facket.
5) Ej ännu tryckt. Ref. i Teknisk Tidskrift *82*, s. 252, 1952.
6) Internationella måttunionen, inför generalkonferensen 1954. Internationella standardiseringskommissionens konferens i Köpenhamn okt. 1952.

# Nytt

## *från Norstedts*

Inom kort kommer för laborationer i RI[4] helt ny apparatur för försök med Galilei ränna samt för bestämning av accelerationen vid fritt fall. En ny tidmätningsanordning ger på ett enkelt sätt noggranna värden.

---

P. A. NORSTEDT & SÖNER

Skolavdelningen

Box 898 — Stockholm

# UNIVERSALINSTRUMENT
## av fabrikat Metra

Ett universalinstrument av högsta kvalité för mätning av lik- och växelström samt lik- och växelspänning.

**34 Mätområden:**

Lik- och växelspänning: 1,2, 6, 12, 30, 60, 120, 300 och 600 V.
Lik- och växelström: 1,2, 3, 12, 30, 120, 300 mA, 1,2 och 6 A.
Noggrannhet: vid likström ± 1%, vid växelström ± 1,5%.
Egenförbrukning: ca 1 mA (inre motstånd 1000 ohm/V).

Instrumentet har spegelskala och knivvisare och är inbyggt i hölje av svart bakelit med dimensionerna 180 x 100 x 60 mm.

***Begär offert från***

**Ingenjörsfirman INTRAM Aktiebolag**

**Arvid Mörnes väg 9 – Bromma – Tel. Stockholm 377150**

# Rationella rötter vid "casus irreducibilis"

Av lektor Tore Öberg, Härnösand

I tidigare artiklar i Elementa ha lektor Agne Wahlgren (1952, s. 183) och jag (1951, s. 33, och 1952, s. 39) angivit vissa nödvändiga villkor för att tredjegradsekvationen skall ha rationella rötter. Man kan ställa sig frågan, vilka villkor som äro både nödvändiga och tillsamman tagna tillräckliga för detta. Det vill underligt nog synas, som denna fråga tidigare icke besvarats i tryck.

I det följande skall visas, att för att ekvationen

$$x^3-ax+b=0 \tag{1}$$

skall ha rationella rötter (här heltalsrötter) man till det ur definitionen på diskriminanten omedelbart följande nödvändiga villkoret, att densamma skall vara jämn kvadrat, endast behöver foga de av Wahlgren visade nödvändiga villkoren, att $a$ och $b$ ej ha andra faktorer gemensamma än dem, som betingas av största gemensamma faktorn till rötterna, dvs. att $(p, q)=1$, där $a=pm^2$ och $b=qm^3$ (2) samt att $q$ (och därmed även $b$) är jämnt tal.

Sätt $x=my$ i ekv. (1). Då erhålles

$$y^3-py+q=0 \tag{3}$$

Om diskriminanten till (1) är jämn kvadrat, så är detta även förhållandet med diskriminanten till (3), då den förra är $m^6$ gånger större än den senare. Man kan därför sätta

$$4p^3-27q^2=D^2, \text{ där } D \text{ är heltal.} \tag{4}$$

Då $q$ är jämnt tal, är enl. (4) även $D$ jämnt tal. Sätt därför $q=2q_1$, $D=2D_1$. Antag först att $p$ icke har faktorn 3. Då erhålles enl. (4) och (2)

$$p^3=D_1^2+3(3q_1)^2, \text{ där } (p, q_1, D_1)=1 \tag{5}$$

Nu är sedan länge bekant i talteorien,[1] att om en ekv. sådan som (5) gäller i hela relativa primtal (vilket ju här är fallet), man alltid kan finna ett och endast ett heltalpar $s$, $t$ sådant att

$$D_1=s(s^2-9t^2), \quad 3q_1=3t(s^2-t^2), \quad p=s^2+3t^2$$

Ekv. (3) blir då

$$y^3-(s^2+3t^2)y+2t(s^2-t^2)=0$$

[1] S. Wigert, Om ekv. $x^3+y^3=z^3$, Elementa 20, s. 15, 1937.

Det är lätt att verifiera, att denna ekv. har heltalsrötterna $2t$, $s-t$ och $-s-t$. Rötterna till ekv. (1), som äro $m$ gånger större, äro alltså även heltal. Antag nu, att $p$ har faktorn 3. Då måste enl. (4) även $D$ ha denna faktor och det minst 2 gånger. Sätt därför $p=3^{\alpha}\cdot p_1$ och $D=2\cdot 3^{\beta}\cdot D_1$. Enl. (2) blir $\alpha=1$ och enl. (4) erhålles, om $q=2q_1$

$$p_1^3=q_1^2+3(3^{\beta-2}p_1)^2, \text{ där } (p_1, q_1, D_1)=1$$

Som ovan kan man nu finna ett och endast ett heltalpar $u$ och $v$, sådana att ekv. (3) blir

$$y^3-3(u^2+3v^2)y+2u(u^2-9v^2)=0$$

vars rötter äro $u-3v$, $u+3v$ och $-2u$. Även i detta fall äro alltså rötterna till (1) heltal.

Vad villkoren vid den fullständiga tredjegradsekvationen $ax^3+bx^2+cx+d=0$ beträffar, vars rötter kunna vara godtyckliga rationella tal, behöver endast erinras om att densamma alltid genom rationella substitutioner kan överföras till formen (1).

Det förtjänar att påpekas, att kontrollen, huruvida en tredjegradsekvation har sina rötter rationella, enl. ovanstående kan utföras med sådana räkneoperationer, som relativt enkelt kan användas med godtyckligt höga tal. Den kända metoden att pröva med faktorerna i den bekanta termen förutsätter, att denna verkligen kan uppdelas i faktorer, vilket som bekant för höga tal kan bli en besvärlig sak.

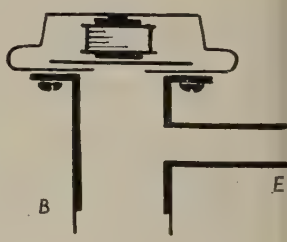
---

## Notiser

### Ljudgivare för resonansförsök

Med anledning av docent E. Ingelstams artikel i förra häftet av denna tidskrift får jag här lämna en ritning till en ljudgivare, som torde vara enklare i tillverkning och som fungerar utmärkt.

Ett mässingsrör $B$ (3 mm gods) är nedtill ursvarvat, så att det kan trädas på resonansröret (kan istället svarvas ned utvändigt, om detta bättre passar tillgängliga rördimensioner) och är upptill försedd med en pålödd fläns, vid vilken hörtelefonen fastskruvas. (Är locket på hörtelefonen tunt, skuvar man hellre med försänkt skruv inifrån.) Man lyssnar genom ett sidorör $E$, som förses med en slang.



Ett intressant försök, som kan göras med en elektrisk ljudgivare, är följande: Anslut två seriekopplade tongeneratorer till ljudgivaren (vid laborationer kan ett tiotal ljudgivare anslutas parallellt till samma tongeneratorer). Låt generatorerna ge två olika frekvenser (ex. 1000 och 1300 p/s), lyft av ljudgivaren från resonansröret och lyssna direkt till ljudet. Man hör att det är två toner, som ljuder samtidigt, men endast mycket musikaliska personer brukar lyckas höra vilka toner det är och kunna sjunga dem. Sätter man nu ljudgivaren på röret och sänker (vatten-)ytan i röret, hör man omväxlande den ena eller den andra tonen. Man övertygar sig lätt — genom att koppla ur ena tongeneratorn — att resonanslägena för den ena tonen ej påverkas av om den andra tonen ljuder eller ej.

Om man bara har en tongenerator till sitt förfogande, kan man lätt göra en enrörstongenerator för en fast frekvens. *Bengt Liljeqvist*

## Kärl av plexiglas

Bofors' plexiglas, »Bonoplex», är ett utmärkt material för kärl, som skola användas för speciella ändamål, för vilka handelns standardprodukter inte lämpa sig. Materialet finnes i form av plattor med en tjocklek från 1 mm uppåt. Det finnes också rundstav av 3 dimensioner från 6 till 15 mm. Glaset sågas med bågfil, borras med metallborr och filas; delar sammanfogas med »akrylexlim», som ger fogar av stor styrka. De tunnaste skivorna kunna ej sågas, emedan de därvid lätt splittras; man ritsar med kniv och bryter som vanligt glas. Vid uppvärmning ovanför en tämligen liten bunsenlåga blir glaset mjukt och kan formas, det hårdnar hastigt så fort temperaturen sjunker och bibehåller den nya formen.

Jag har av bonoplex tillverkat särskilt kyvetter för olika ändamål och av olika storlekar, kyvetter, delade i två av en mellanvägg, med en mellanvägg, som slutar ovanför bottnen eller nedanför mynningen, kyvetter för elektrolys, för projektion m. m.

En kyvett av exempelvis dimensionerna 20 · 100 · 100 mm göres bäst så, att man av 3—5 mm glas sågar ut ett 20 mm brett, 300 mm långt band. Genom upvärmning 100 mm från vardera änden böjer man ihop bandet så att det bildar botten och gavlar. Av 1—1 $^1/_2$ mm glas skär man till sidoväggar och fäster dem med akrylexlim. Skall kyvetten användas för elektrolysförsök, kan den förses med lock, vari hål borras för elektroder. Vill man insätta horisontella elektroder, borras hål i gavlarna osv. Möjligheterna till variation äro obegränsade.

Till provrörsställ för halvmikrokemi lämpar sig bonoplex utmärkt; ett sådant ställ är vackert och uppfordrar direkt till sobert arbete.

Materialet hör tyvärr ej till de billigaste. *G. Starck*

## Glasreparationer

Tid efter annan händer det att glasapparater vid en skola bli ska
dade. Kan man själv reparera dem, blir tidsvinsten betydande, och de
kan också vara roligt att kunna göra dessa arbeten själv. Om man
bortser från svårigheter på grund av olika glassorter och mindre
noggrant arbete, så beror ett misslyckande ofta på att glasmassorna på
grund av olika tjocklek bli olika uppvärmda. Svårigheterna kunna
viss grad elimineras, ifall man med asbestgarn lindar apparatdelar
som ej direkt skola värmas till smältning. På detta sätt kunna exem-
pelvis glaskranar repareras på några mm:s avstånd från kiken. Själv
har jag satt fast kranrör omedelbart intill byretten (Smith, Lärobok i
undervisningsexperiment s. 59, glasbyrett B) och kranrör i kalomel-
elektrod för pH-mätning. (Elektroden i övrigt gör man av glasrör).
Ett annat exempel. En söndrig fraktionskolv av pyrexglas lindades
med ett tunt lager asbestgarn i olika riktning till ett fast lag. Hål
blåstes i botten och kranrör fastsattes, varefter ytterligare rör fast-
sattes till ett stycke av kolvhalsen, så att en glödtrådspipett erhölls;
den fungerar utmärkt. Ytterligare en glödtrådspipett (Smith, Under-
visn.-exp. s. 142) gjordes av vanligt glas. Här ha emellertid kolvarna
blåsts av glasrör. Jämn avkylning av glasmassan är en viktig förutsätt-
ning. Sotning med bensollåga eller i nödfall stearinljus lämpar sig bra.
Även acetylen kan användas. Åtskilliga andra exempel skulle kunna
anföras: vattenstrålpump, elektrolysapparater, olika kylare m. m.

*Manne Mohlin*

## Vattnets sammansättning, ett laborationsförsök i realskolan

Järn i pulverform, vars reaktion med syre är bekant för eleverna i
realskolan genom försöket att bestämma luftens sammansättning, kan
även användas för att bestämma vattnets sammansättning. Ett labora-
tionsförsök kan anordnas på följande sätt.

Ett provrör, 15×200 mm, helst med något tjockare vägg än vanligt
men ej nödvändigtvis svårsmält, fastsättes lodrätt i ett stativ, och
torrt järnpulver ifylles till 20 à 30 mm höjd. Med en dropp-pipett
nedföres ungefär 1 ml vatten, som genomfuktar järnpulvret men som
ej får väta väggen ovanför pulvret. Med provröret alltjämt fastsatt
men nu i vågrät ställning, inför man med hjälp av en smal pappers-
ränna en sträng av torrt järnpulver till nära mynningen. Provröret
tillslutes av en kork med avledningsrör. Det torra järnpulvret upp-
hettas till glödning (korken eventuellt skyddad av en inlagd asbest-
propp). I allmänhet är strålningsvärmet tillräckligt för att en erforder-
lig mängd vattenånga skall bildas, men om man behöver uppvärma
det fuktade järnet, bör det ske mycket lindrigt. Ångan reduceras av

det glödande järnet, och det bildade vätet kan uppsamlas över vatten eller antändas, om avledningsröret förses med en glasrörsspets. Att härvid vatten (åter)bildas, kan på vanligt sätt visas med en ren, torr och kall bägare. Det glödgade järnet har blivit svart, alldeles som då det brinner i luft. Slutsats: vatten innehåller syre jämte ett ämne, som är brännbart, väte. I samma försök få eleverna utföra en sönderdelning och en bildning av vatten.

Försöket, som medhinnes på en 45-minuterslaboration, är anvisat av lektor Hj. Mandal vid metodikföreläsningar för provåret i Malmö-Lund och är värt att bli bekant. *Nils Falkström*

### Försockring av cellulosa

Försockring av cellulosa som skolförsök tycks i allmänhet utföras så, att *torrt* filtrerpapper rives med konc. svavelsyra, varefter vätskan blandas med vatten och kokas tämligen länge. Rivningen med den konc. syran medför en del risker för ovana laboranter, och den tidsödande kokningen gör att försöket i denna form knappast kan utföras som lektionsförsök. Om emellertid papperet genomfuktas med vatten, innan det lägges i syran, flyter det snabbt sönder utan nämnvärd omrörning, och kokningstiden kan avsevärt förkortas. I denna form kan försockringen utan större tidsspillan även utföras som lektionsförsök, exempelvis på följande sätt.

I förväg iordningställas ett provrör med 8 ml vatten och ett mätglas med 5 ml konc. svavelsyra. Ett filtrerpapper (5—6 cm diam.) genomfuktas med vatten och lägges i ett provrör. Det övergjutes med syran, som löser upp papperet. Snarast möjligt och innan lösningen svartnat slås den i provröret med vattnet och kokas 1 minut. Ett par tegelskärvor tillsättas lämpligen som kokstenar. Efter kokningen slås vätskan i ca 10-dubbla mängder vatten. Tack vare denna kraftiga spädning brukar måttlig svärtning icke verka störande, då man sedan tar ett prov, neutraliserar med fast NaOH och på vanligt sätt prövar på reducerande socker. Hela försöket tar — om det är förberett — ungefär fyra minuter. *Bengt Andersson*

---

## Aktuellt

### En studieresa till svenska industrier

i vilken deltog 46 kemilärare från högre allmänna läroverk, realskolor, flickskolor, folkskoleseminarier och folkhögskolor företogs i somras under tiden 21—27 juni. Resan var anordnad av Industriens Upplysningstjänst i samarbete med Föreningen för matematisk-naturvetenskaplig undervisning. Som framgår av Upplysningstjänstens inbjudan

(se Elementas marsh. 1953, s. 40) har kurser för geografilärare varit anordnade under åren 1946—1952. Till årets kurs hade inbjudits lärare i kemi. I det följande kommer studieresorna att vara öppna för såväl geografi- som kemilärare.

Alla kostnader bestrides av Industriens Upplysningstjänst. Varje deltagare har endast att bidraga med ett belopp — i år 60 kr. — till resekostnader från och till hemorten.

Ledare för studieresan var rektor ERIK EKLUND och fil. lic. GÖSTA WALLDÉN från Upplysningstjänsten.

Deltagarna samlades i Gävle söndagen den 21 juni, och måndagens besök ägnades Stora Kopparbergs Bergslags anläggningar i Skutskär och Söderfors. I Skutskär lämnade direktör RAGNAR SÖDERQUIST en orientering om Stora Kopparbergs Bergslag i allmänhet och om Skutskärsverken i synnerhet. Ingenjör COLLIN redogjorde för tillverkningsmetoderna för pappersmassa, sprit, oktanol, harts och terpentin, varefter deltagarna gjorde en rundvandring genom fabrikerna. I Söderfors besöktes stålsvamp- och kulsinteranläggningarna, och docent ROLAND KIESSLING redogjorde för hårdmetallernas metallurgi.[1]

Tisdagens program upptog först ett besök vid Gustavsbro Bryggeri, varefter dagen ägnades åt Sandvikens Järnverk. Bergsingenjör PER CARLBERG redogjorde för företaget och dess tillverkningar, varefter följde ett föredrag om järntillverkningens metallurgi samt besök i verket.

Onsdagen var deltagarna åter gäster hos Stora Kopparbergs Bergslag, nu i Falun. På morgonen presenterades Stora Kopparbergs Bergslags AB av fil. dr SVEN RYDBERG, och docent STEN LINDROTH höll ett intressant föredrag om de äldre rostningsmetoderna vid Falu gruva. Efter lunch besöktes centrallaboratoriet och svavelsyrafabriken.

Torsdagen ägnades huvudsakligen åt textilindustri, dels Bergå Färgeri- och Ullspinneri AB vid Arkhyttan i Stora Skedvi, dels Säters Väveri AB med framför allt vävning och färgning av bomullstyger. På vägen gjordes ett besök vid Långhags kraftverk, som ägs av Stora Kopparberg. På kvällen var det samkväm på Brunnsviks folkhögskola, där rektor ALF AHLBERG fungerade som värd.

På fredagen besöktes ASEA:s anläggningar i Ludvika. Efter lunch ställdes färden till Grängesberg, där man efter en orientering om Grängesbergsbolaget gjorde en nedstigning i gruvan.

På lördagen startade man tidigt med Kvarntorp i Närke som mål. Professor SCHJÄNBERG lämnade en orientering över utvinningen av olja och biprodukter och anläggningarna besågs. Avskedslunchen intogs i Hallsberg, varefter deltagarna anträdde återfärden till resp. hemorter.

[1] Doc. Kiessling kommer att i Elementa publicera en uppsats om detta ämne. (*Red.*)

Värdet av studieresor av detta slag kan ej nog uppskattas, och landets kemilärare och i all synnerhet de 46 som fick vara med om resan denna gång är djupt tacksamma mot Industrins Upplysningstjänst för deras initiativ till dessa givande studieresor. Event. kommer en utförligare redogörelse för årets studieresa att tryckas som en del av Föreningens pedagogiska skriftserie. *Bror Gustaver*

## Nya matematiska tidskrifter

Två nya matematiska tidskrifter har i år börjat utkomma, »Mathematica Scandinavica» och »Nordisk Matematisk Tidskrift». Den förra, som är av vetenskaplig karaktär, utges av de matematiska föreningarna i Danmark, Finland, Island, Norge och Sverige. Utgivare av den senare, som är av elementär art, är nämnda föreningar jämte lärarorganisationer i de nordiska länderna. För Sveriges del är de utgivande föreningarna Svenska Matematikersamfundet och Föreningen för matematisk-naturvetenskaplig undervisning.

Mathematica Scandinavica skall utkomma med en volym per år, fördelad på två häften. Artiklarna publiceras på engelska, franska och tyska. Redaktionen är förlagd till Köpenhamn, Blegdamsvej 15, och red.sekr. är universitetslektor S. Bundgaard. Svensk red. är prof. Åke Pleijel, Lund. Priset, 30 svenska kronor per år, är reducerat till hälften för medlemmar i de utgivande föreningarna. — Det första häftet (ca 200 sid.) utkom i somras och omfattar 17 artiklar, problem, uppgifter om matematiker vid skandinaviska universitet och högskolor och meddelanden om de matematiska föreningarnas verksamhet.

Nordisk Matematisk Tidskrift har sin redaktion i Oslo, Matematisk Institutt, Blindern, Oslo, men trycks i Danmark. Red.sekr. är professor I. Johansson och svenska redaktörer docent C.-E. Fröberg, Lund, lektor K. Persson och docent H. Rådström, Stockholm. Tidskriften omfattar fyra häften per år. Priset är 16 svenska kronor och för medlemmar i de utgivande föreningarna 8 kr. Pren.avg. kan inbetalas till postgiro 15 45 52, Nordisk Matematisk Tidskrift, K. Tekniska Högskolan, Stockholm 70.

Artiklarna i N. M. T. publiceras i regel på danska, norska eller svenska. Vad som är av internationellt intresse kan dock tryckas på engelska, franska eller tyska.

Beträffande innehållet meddelas i en anmälan i det utkomna första häftet: »Redaksjonen vil ta sikte på at innholdet skal kunne forståes uten særlig innsikt på specielle og høyereliggende områder. Alt skal kunne oppfattes av læsere som har kunskaper som svarer til et par års universitetsstudium i matematikk, og en betydelig del skal være tilgjengelig for lesere med vesentlig mindre forutsetninger.»

I samband med startandet av dessa tidskrifter har Matematisk Tidsskrift, Köpenhamn, och Norsk Matematisk Tidsskrift, Oslo, lagts ned med utgången av år 1952. Alltsedan slutet av 1920-talet har Elementas läsare i avd. »Tidskrifter» kunnat i huvuddrag följa innehållet i dessa tidskrifter. Den som är lycklig ägare till en större följd av dessa värdefulla tidskrifter kan inte undgå att med visst vemod se deras verksamhet avslutad. Man torde emellertid med visshet kunna förutse, att de nya tidskrifterna kommer att få om möjligt ännu större betydelse för matematisk forskning och undervisning i de nordiska länderna. Innehållet i N. M. T. kommer att regelbundet redovisas i avd. Tidskrifter.

### Tolfte skandinaviska matematikerkongressen

hölls i Lund den 10—15 augusti. Omkring 180 aktiva matematiker deltog jämte ett 70-tal familjemedlemmar. Ungefär hälften var svenskar, från Danmark kom 35 matematiker, från Norge lika många, från Finland ett 20-tal, och Island hade tre representanter. Ej endast universitetsfolk och studerande hade mött upp. I den svenska gruppen t. ex. kunde 25 % betecknas som skolmän, 15 % representerade tekniken och 10 % försäkringsvärlden.

Kongressen öppnades den 10 aug. kl. 13 i Carolinasalen av organisationskommitténs ordförande, professor Åke Pleijel, Lund. Till president utsågs professor Marcel Riesz och till hederspresidenter professorerna Anders Wiman och Carl Størmer, båda deltagare i den första skandinaviska matematikerkongressen år 1909. Den 88-årige professor Wiman gav prov på sin vitalitet genom att på tisdagen hålla ett föredrag om punkter med heltalskoordinater på en tredjegradskurva. Efter öppningshögtidligheten bjöd Lunds stad på te och på kvällen inleddes föreläsningsprogrammet med ett föredrag av professor Viggo Brun, Oslo, om N. H. Abel och hans pariseravhandling.

För att ge en föreställning om de ämnen, som behandlades i de 50 föredrag, som följde under veckan, ges här titlarna på de större föredrag, som hölls inför den samlade kongressen: Fr. Fabricius-Bjerre, Köpenhamn: Om plane lukkede kurver med to vendepunkter; G. Elfving, Helsingfors: Konvexa figurer i statistik och ekonomik; Th. Skolem, Oslo: Resultater i grundlagforskningen; M. Riesz, Lund: Diracs ekvation i allmän relativitetsteori; L. Carleson, Uppsala: Om generatorer till normerade ringar; E. Hille, New Haven: Cauchys problem i abstrakt formulering; H. Tornehave, Köpenhamn: Nyere undersøgelser vedrørende næstenperiodiske bevægelser; L. Gårding, Lund: Utveckling efter egenfunktioner vid elliptiska differentialekvationer.

Kongressförhandlingarna beräknas utkomma under våren 1954.

För att ge tillfälle till personliga diskussioner och kontakter var ett par halvdagar fria från föredrag. På onsdagseftermiddagen företogs en utflykt till Ven med lunch i Landskrona. Bland övriga punkter på nöjesprogrammet kan nämnas ett föredrag med film av docent G. Bendz om lundakarnevaler och den av pressen livligt uppskattade »simtävling», som ordnades vid besöket i Lunds varmbadhus i Stadsparken. För damerna var ordnat ett särskilt program.

Vid den gemensamma middagen på Grand hôtel på fredagen framförde professor Järnefelt en inbjudan till nästa skandinaviska matematikerkongress, som skall hållas i Helsingfors 1956 eller 1957.

Det förtjänstfulla arbete, som nedlagts av organisationskommittén och framförallt av dess ordförande, var förutsättningen för den trevliga stämning, som rådde vid den lyckade kongressen.

### Åttonde nordiska kemistmötet

i Oslo 14—17 juni 1953 hade samlat ca 750 deltagare, varav en tredjedel ledsagande damer.

Under mötet hölls ett 90-tal på sektioner uppdelade föredrag och nio plenarföredrag samtliga behandlande strukturfrågor: J. Blom, Danmark, Om stivelsens konstitution baseret på forsøg over dens enzymatiske nedbrydning; A. Ringblom, Finland, Komplexbildningsreaktioner som bas för kemisk analys; O. Bastiansen, Norge, Den nyeste utvikling av elektrondiffraksjonsmetoden anvent ved studiet av gassers molekylstruktur; G. Hägg, Sverige, Röntgenkristallografiska undersökningar inom oorganisk kemi; J. A. Goedkoop, Holland, Neutron Diffraction as a Tool in Structural Chemistry; A. Langseth, Danmark, Raman- og infrarødspektroskopiens anvendelse til bestemmelse af molekylstruktur; B. Bak, Danmark, Mikrobølgespektroskopien og dens anvendelse overfor strukturkemiske problemer; H. Theorell, Sverige, Några nya magnetokemiska undersökningar; H. Erdtman, Sverige, Tropolonerna, ett nytt kapitel inom den aromatiska kemien.

Efter mötet studerade man Norges kemiska industri under välordnade exkursioner. Nästa nordiska kemistmöte kommer att hållas i Danmark 1956, troligen i Aarhus.

## Bokanmälningar

Johannes Malmquist, Valdemar Stenström och Sture Danielson, *Matematisk analys*, Del III. Partiella differentialekvationer, Variationskalkyl, Fourierserier, Integralekvationer. Natur och Kultur, Stockholm 1953, 600 s., kr. 74:—.

Denna bok är tredje och sista delen av författarnas omfattande lärobok i matematisk analys. De båda första delarna anmäldes i Elementas band 35 (1952), s. 41 och 193. Del III omfattar den klassiska teorien för partiella differentialekvationer av första ordningen och för lineära partiella ekvationer av andra ordningen, lineära integralekvationer, randvärdesproblem, Fourierserier och ortogonala funktionssystem samt ett kapitel om variationskalkyl. Dessutom behandlas i ett appendix den elastiska plattans differentialekvation.

Även i denna tredje del är framställningen klar och lättfattlig. Den för hela verket karakteristiska rikedomen på exempel ger läsaren den konkreta bakgrunden till de abstrakta resonemangen.

Man kan diskutera om inte en mer genomgående användning av moderna begreppsbildningar kunde ha varit till fördel för framställningen. Sålunda gör naturligtvis frånvaron av en teori för Lebesgueintegralen att teorien för ortogonala funktionssystem blir något ofullständig och att andra grenar av den moderna analysen inte alls kunnat komma med. Författarna ha emellertid inriktat sig på att ge en presentation av en stor del av den i egentlig mening klassiska analysen och också lyckats att här ge en synnerligen läsbar framställning.

För alla som utöva matematik och i synnerhet för dem som tillämpa matematik på tekniska eller naturvetenskapliga problem måste det vara av stort värde att ha tillgång till detta verk, den största lärobok i matematik som någonsin utgivits på svenska.

*Hans Rådström*

Wolfgang J. Thron, *The Theory of Functions of a Complex Variable*. John Wiley & Sons, Inc., New York 1953. Pp. 230, $ 6.50.

Denna inledning till de analytiska funktionernas teori kan synas traditionell vid betraktande av kapitelrubrikerna, men den avviker dock från det brukliga. Författaren har eftersträvat en utomordentligt rigorös, axiomatisk framställning, där varje konstaterande formuleras som ett teorem; Landau har därvid varit förebilden.

*Bo Kjellberg*

Raymond L. Wilder, *Introduction to the Foundations of Mathematics.* J. Wiley & Sons, New York, Chapman & Hall, London 1952, Pp. 305, $ 5.75.

Den undervisning av mera elementär art som ges i ämnet matematik vid skolor och universitet, syftar i första hand till att ge de studerande en någorlunda allsidig orientering i de skilda discipliner (algebra, geometri etc.), som man traditionsenligt särskiljer. En föreläsningsserie om det matematiska tänkandets grundvalar förekommer däremot mera sparsamt på schemat; också är ovannämnda orientering en nödvändig förutsättning för en inblick i och rätt uppskattning av de problemställningar som möta vid en mera inträngande analys. Detta förutsatt, kan Wilders lärobok rekommenderas till läsning av envar, som har intresse för grundvalsfrågor; icke minst torde den för blivande lärare utgöra en nyttig tankeställare.

Boken består av två delar, varav den första ger en analys av axiomatik överhuvudtaget, mängdläran och dess antinomier, oändlighetsbegreppet från olika utgångspunkter, ordnade mängder och kardinaltal, reella talsystemet, grupper, ringar och andra algebraiska begrepp. Den andra delen innehåller en historik över utvecklingen av grundvalsforskningen och den matematiska logiken, däri innefattat en redogörelse för de olika »skolor», vars främsta företrädare äro Russel, Brouwer och Hilbert. *O. Frostman*

*Colloque de géométrie differentielle* (Louvain 1951). Centre belge de recherches mathématiques. Georges Thone, Liège 1951, 240 p., 350 fr. belges.

*Deuxième Colloque de géométrie algébrique* (Liège 1952). Centre belge de recherches mathématiques. Georges Thone, Liège 1952, 244 p., 375 fr. belges.

Sedan några år tillbaka anordnar »le Centre belge de recherches mathématiques» konferenser över matematiska forskningsområden, och de föredrag som hålles ges sedan ut i bokform. En av avsikterna med dessa konferenser är enligt den först nämnda bokens företal, som skrivits av sammanslutningens president, L. Godeaux, att ge deltagaren en uppfattning om vilka skilda metoder, som använts på ett problem. Förhoppningen är då, att en jämförelse skall hjälpa honom att finna nya vägar för den egna forskningen.

Redogörelsen för den första konferensen omfattar ett femtontal föredrag av E. Bompiani, J. Favard, A. Lichnerowicz, V. Hlavaty m. fl. om skilda delar av differentialgeometri med tillämpningar t. ex. på partiella differentialekvationer. I den andra boken skriver bl. a. W. Gröbner om algebraisk geometri och idealteori och F. Conforto om abelska funktioner och algebraisk geometri. *Tord Ganelius*

S. Mandelbrojt, *Séries adhérentes. Régularisation des suites. Applications*, Collection Borel, Gauthier Villars, Paris 1952, 277 p., 4000 fr.

Årets bok av Mandelbrojt behandlar åter det problemkomplex, som är centrerat i de quasi-analytiska funktionerna. Huvudvikten är nu lagd på de generaliseringar av Carlemans huvudsats som bestå i att endast en delföljd av derivatorna betraktas. Bland värdefulla nyheter noteras att Bangs elementära bevis för huvudsatsen medtagits.

*Lennart Carleson*

A. J. Duncan, Quality Control and Industrial Statistics. Richard D. Irwin, Chicago 1952, Pp. 663, $ 9.00.

L. H. C. Tippett, The Methods of Statistics. 4th Ed. Wiley & Sons, New York 1952, Pp. 395, $ 6.00.

Det finns i vårt land två stora grupper av tekniker, som sysslar med statistiska problem. Man kan kalla dem kvalitetskontrollgruppen och experimentgruppen.

Kvalitetskontrollgruppen, som sysslar med provtagning och löpande kontroll, har främst stimulerats av amerikanska kollegers verksamhet (Dodge, Romig, Shewhart och andra). Experimentgruppen, som mest befolkar laboratorierna men också innehåller tekniker i driften, har ofta genom studium av klassisk statistisk litteratur (t. ex. Fisher's böcker) kommit statistiken på spåren och sökt flytta över metoderna från det biologiska till det tekniska området.

Utbildningsfrågan är idag brännande för båda grupperna, icke minst sedan det blivit alltmer klart, att gränsen mellan dem är onaturlig och endast historiskt betingad.

Duncans brett upplagda arbete är den nu tillgängliga framställning, som bäst tillgodoser båda gruppernas intressen. Redogörelsen för den statistiska kvalitetskontrollen (ca 200 sidor) är den fullständigaste som anmälaren sett. Den som grundligt läst den vet mycket om kvalitetskontroll ur teoretisk synpunkt och är väl skickad att ge sig i kast med de praktiska problemen.

Beskrivningen av de statistiska metoder, som experimentgruppen har nytta av, är modern (så modern, att även de allra senaste årens rön utnyttjats) och mycket allsidig. Stor uppmärksamhet ägnas åt enkla metoder, t. ex. sådana som bygger på variationsbredden. Variansanalysen är för kortfattat beskriven för mångas behov och kan behöva specialstuderas på annat håll. 40 sidor tabeller ger det mesta i tabellväg som praktikern behöver.

Tippetts arbete präglas av författarens långa erfarenhet av praktiskt statistiskt arbete. Boken utkom redan 1930 och har nu grundligt omarbetats, dock utan att en fullständig översikt över modern metodik

# ELEMENTA

Årligen fyra häften (mars, juni, sept., dec.). Prenumeration sker genom inbetalning å postgiro 527 55; pr år kr. 12:50, pr häfte kr. 3:50. Tidskriften sändes som utgivarkorsband.

**Pärmar** av grön klot à 3:—+20 öre för porto; varje pärm är avsedd för två årg.: 1—2, 3—4, osv. Se nedan.

**Tidigare årg.** Vänd Eder direkt till red. med en förfrågan. Av årg. 1—13 äro flera ofullständiga. Priset per årg. (i häften) är för årg. 14—30 tills vidare kr. 8:—, för 31—34 kr. 10:— och för årg. 35 kr. 12:50.

Red.-kommitté: professor G. Borelius, adjunkt S. Bågman, byrådirektör S. Comét, lektor Torsten Önsson, lektor G. Starck, professor T. Tandberg och lektor A. Wahlgren. Redaktör och utgivare: C. E. Blom. Red. o. exp. Karlbergsv. 16, Stockholm.

**Särtryck ur ELEMENTA:**

1. A. Nordhult, De viktigaste konstruktions- och driftsegenskaperna hos likströmsmaskinerna, kr. 1:—.
2. M. Sjöström, Vätskors och gasers strömning, kr. 1:—.
3. M. Sundqvist, Teorien för de moderna glasögonen, kr. 1:—.
4. J. Tandberg, Om vinkelns tredelning. Slut.
5. G. Ljunggren, Gasskyddets kemi kr. 0:80.
6. S. Comét, Matrisräkning, kr. 1:60
7. H. Henrikson, Om segelflygning och dess energikällor i atmosfären, kr. 2:40.
8. K.-B. Augustinsson, Vitaminernas kemi, kr. 1:40.
9. L. G. Sillén, Kemiska reaktionsformler, kr. 1:40.
10. L. G. Sillén, Kemistens hjärna - ett utrymmesproblem, kr. 1:40.
11. C.-E. Fröberg—G. Kjellberg—O. Boivie, Siffermaskiner och hålkortsmaskiner, kr. 3:—.
12. Karin Aurivillius, Analysvågen, kr. 2:40.
13. Uno Trägårdh, Primär- och sekundärelement, kr. 2:40.

**Problemhäften** för åren 1943—50 à kr. 1:—, för 1951 och 1952 à kr. 1:20.
Innehåll: Student- o. realex.uppg. i matem. o. fysik med svar och anvisningar.
För alla särtryck tillkommer 15 öre i porto.

**Obs!** Till årg. 33—34 (1950—1951) och 35—36 (1952—1953) bli pärmar färdiga först i november. Pris kr. 3:—.
»Problemhäfte 1953» utkommer i början av december.

---


# Stärbhus

säljer genom Elementas exp. en komplett Elementa-serie, årg. 1—34, bundna i 17 förlagsband. Pris 450 kr.


---

**Insänd litteratur (forts.)**

*Traité de chimie organique.* Publié sous la direction de VICTOR GRIGNARD Tome XX. Hétérocycles. Masson & Cie, Paris 1953, 1404 p., cartonné 11 330 fr.

JOSEPH PÉRÈS, *Mecanique générale.* Masson & Cie, Paris 1953, 408 p. cartonné 2545 fr.

E. DURAND, *Électrostatique et magnétostatique.* Masson & Cie, Paris 1953 774 p., cartonné 6335 fr.

FRIEDRICH BÖHM, *Versicherungsmathematik II.* Walter de Gruyter, Berlin 1953, 205 S., DM 4.80.

SCHUBERT—FITTING, *Mathematische Mussestunden.* Elfte Aufl. W. de Gruyter, Berlin 1953, 271 S., DM 7.20.

A. MITTASCH, *Salpetersäure aus Ammoniak.* Geschichtliche Entwicklung der Ammoniakoxydation bis 1920. Verlag Chemie, Weinheim 1953, 136 S. DM 12.—.

HERTHA v. DECHEND, *Justus von Liebig in eigenen Zeugnissen und solchen seiner Zeitgenossen.* Verlag Chemie 1953, 141 S., DM 8.40.

F. SPECHT, *Quantitative anorganische Analyse in der Technik.* Verlag Chemie 1953, 236 S., DM 17.80.

ANDERS ØSTERGAARD, *Kemi for gymnasiet.* 2. Udg. Det Schønbergske Forlag, Københavns 1953, 200 s., dkr. 11: —.

E. RANCKE MADSEN, *Lærebog i kemi for maskinmestre.* Gads forlag, København 1953, 250 s.

TH. SUNDORPH, *Fysik for mellemskolen* I. 8.e udg. ved F. HJERTING. Gyldendals forlag, København 1953, 107 s.

C. E. SJÖSTEDT, *Geometri för gymnasiet.* Del I A, för allmänna linjen. Natur & Kultur, Stockholm 1953, 64 s., kr. 2: 95.

BOLIN—GUSTAVER, *Kemi för flickskolor.* I. Oorganisk och organisk kemi. II. Allmän kemi och praktiska tillämpningar. Laborationshandledning. Tidens Förlag, Stockholm 1953. Varje del 80 s. à kr. 3: —.

BOLIN—GUSTAVER, *Min kemibok.* Första delen. Oorganisk kemi. Läsebok till kemi för gymnasiet. Tidens förlag, Stockholm 1953, 309 s., kr. 14: 50.

OLOF SJÖSTRAND, *Differential- och integralkalkyl för tekniska läroverk.* Gumperts Förlag, Göteborg 1953, 211 s., kr. 16: —.

TORE KNÖÖS, *Kemi för gymnasiet.* Allmänna linjen och latinlinjen. Del I. Organisk kemi. A. V. Carlsons Bokförlag, Stockholm 1953, 48 s. kr. 1: 90.

ERIK LAGERQVIST, *Geometrisk ritning och projektionslära.* Svenska Bokförl. (Bonnier), Stockholm 1953, 84 s., kr. 6: 75.

HJALMAR OLSON, *Algebra och planimetri för gymnasiet.* Första delen. Femte omarbetade uppl. Svenska Bokförl. (Norstedt), Stockholm 1953, 174 s. kr. 7: 50.

NYSTRÖM—OLSON, *Likformighetslära för gymnasiet.* Tredje omarbetade uppl. Svenska Bokförl. (Norstedt), Stockholm 1953, 32 s., kr. 1: 95.

C. BERGHOLM, *Fysik I.* Allmän fysik. Sjunde uppl. Lindblads Förlag, Uppsala 1953, 75 s., kr. 3: 25.

*Ingenjörshandboken.* Allmän del. Tekniska grundvetenskaper. Andra omarbetade uppl. Nordisk Rotogravyr, Stockholm 1953, 1277 s., klotb kr. 55: —.

Statens Naturvetenskapliga Forskningsråds Årsbok. Sjätte årg., 1951/52. Nordiska Bokhandeln, Stockholm, i distribution, 206 s., kr. 7: —.

*Högre Tekniska Läroverket i Malmö 1853—1953.* Allhems Förlag, Malmö 1953, 108 s.+ 20 s. bilder, kr. 10: —.

*Daedalus,* Tekniska Museets årsbok 1953. Stockholm, 150 s.

eftersträvats. Den intresserar främst experimentgruppens folk. Mer matematik ges än i Duncans bok till båtnad för den som vill bygga upp statistiken från grunden. Varians- och regressionsanalys presenteras tämligen fullständigt och illustreras med charmanta exempel.

En brist har böckerna gemensam: planeringstekniken behandlas alldeles för kortfattat. På denna punkt står experimentatorn ännu utan en god praktiskt hållen handledning. Bortsett härifrån utgör de båda böckerna var och en i sitt slag två viktiga bidrag till den praktiskt hållna statistiska lärobokslitteraturen. *Gunnar Blom*

J. O. Wisdom, *Foundations of Inference in Natural Science.* Methuen and Co., London 1952, Pp. 242, 22s. 6d. net.

Kunskapsteori är fascinerande att studera, om man håller sig till en enda filosof av god klass. Läser man flera, svalnar intresset, eftersom filosofer sällan är av samma mening (och det på grund av ämnets natur icke är lätt att skaffa sig någon egen).

Icke heller filosofen Wisdom är överens med sina kolleger. Denne förlåter man emellertid gärna hans oenighet med andra filosofer, när man upptäcker, att det är hans ovanligt sympatiska inställning till naturvetenskapen, som kommit honom att kritisera en del filosofiska riktningar genom tiderna. Han menar, att en kunskapsteoretiker icke bör sätta upp system för naturvetenskapsmännen: så och så bör ni tänka och handla, annars kommer ni i konflikt med den och den filosofiska principen. I stället bör filosofien söka utreda, hur naturvetenskapen arbetar, och beskriva detta på ett följdriktigt sätt.

Wisdom finner vid denna granskning, att filosoferna grundligt missförstått naturvetarnas arbetssätt. Man har lagt ned stor energi på att söka konstruera en *induktiv metod*, med vars hjälp allmänna slutsatser skulle kunna dragas ur enskilda observationer. Wisdom ägnar huvuddelen av sin bok åt att — i polemik mot bl. a. Mill, Keynes och Broad — visa att detta icke är möjligt. Man kan icke på rent logisk väg motivera naturvetenskapsmännens arbetssätt.

Men icke nog med detta. Problemet är fel ställt. Det finns ingen anledning att anstränga sig med att söka konstruera en induktiv metod (helt bortsett från att det är omöjligt). Vid varje experiment prövas nämligen en *hypotes*, som mer eller mindre medvetet uppställts *före* experimentet. Wisdom söker visa, att detta gäller även ett sådant slumpförsök, som ledde till penicillinets upptäckt. Naturvetenskapen ägnar sig alltså åt empirisk prövning av hypoteser a priori med därur deducerade slutsatser, icke åt konstruktion av generella slutsatser ur isolerade försöksresultat.

För den, som är obevandrad inom filosofien, förefaller författarens

resonemang alltför förenklat. Visserligen är det nog riktigt, att det föreligger någon form av hypotes vid varje försök, men Wisdoms diskussion gäller endast för det fallet, att hypotesen är fullt specificerad (single hypothesis). Men lika vanligt, ja kanske vanligare, är att hypotesen är sammansatt (composite). En eller flera okända storheter ingår i den modell forskaren byggt upp, och försöket kanske just går ut på bestämning av någon av dessa storheter (som kan vara fysikaliska konstanter el. dyl.). Då uppstår omedelbart ett induktionsproblem: vad kommer att hända nästa gång under likartade betingelser?

Författaren sysslar åtskilligt med sannolikhetskalkyl i sitt arbete. Detta är synd, ty han tycks veta bra litet om vad som uträttats på detta område på senare år utanför filosofernas egna led.

Boken är värdefull så till vida, som den kan skapa kontakt mellan filosofer, naturvetenskapsmän och matematiker. Den är själv ett vittnesbörd om att sådan kontakt är av nöden.

*Gunnar Blom*

Egil Hylleraas, *Matematisk og teoretisk fysikk.* IV. Atomteori. Grøndahl & Søns Forlag, Oslo 1952. XII+320 s., nkr. 23: 45.

Med denna fjärde del — den fylligaste i serien — har prof Hylleraas slutfört sitt sammanfattande arbete över matematisk och teoretisk fysik (tidigare rec. i Elementa årg. 33, 34, 35). I sin helhet har arbetet sin givna plats hos alla med intresse för ämnet.

I inledningskapitlet redogöres för kvantteoriens uppkomst och experimentella grundvalar. Den äldre Bohrska atomteorien och dess kvantiseringsföreskrifter (modifierade med hänsyn till vågmekaniken), liksom olika tillämpningar, får sedan en mycket utförlig framställning, motiverad av den relativa lätthet med vilken man härmed i många fall kan erhålla åtminstone approximativt riktiga resultat. Huvudparten av boken ägnas givetvis åt de exakta vågmekaniska metoderna. Efter en allmän genomgång av Schrödingerekvationen, operatorer och formalismens uttydning följer tillämpningar på speciella atomproblem, varvid även matrisräkning kommer till användning (impulsmoment, spin). Inte heller saknas den relativistiska behandlingen av väteatomen med hjälp av Diracekvationen, i ett kapitel om relativistisk kvantteori. Avslutningskapitlen behandlar allmän störningsteori samt spridningsproblem för ljus och elektroner; här begagnas också kvantelektrodynamiska överläggningar. — Volymen innehåller dessutom ett antal övningsexempel.

Som framgår av denna summariska översikt utgör boken, i överensstämmelse med titeln, i första hand en framställning av metoder inom den teoretiska atomfysiken, snarare än en lärobok i kvantmekanik. Behandlingen är med nödvändighet matematisk, men Hylleraas' före-

dömliga framställningsförmåga gör den helt naturligt genomgående lättläst, i den mån detta är möjligt. Låt oss hoppas på den fortsättning om flerelektronproblem och molekyler som förf. tycks överväga att senare utge.

*S. Bertil Nilsson*

Reginald J. Stephenson, *Mechanics and Properties of Matter.* John Wiley & Sons, New York, Chapman & Hall, London 1952. Pp. x+371, $ 6.00.

En grundläggande kurs i klassisk mekanik, elasticitetslära, hydromekanik och vågrörelselära. Boken, som är överskådligt och tilltalande uppställd, vill samtidigt med de matematiska formlerna framför allt ge läsaren fysikalisk insikt i de behandlade områdena. Framställningen är i stort sett förtjänstfull — klar och redig — men kanske något ojämn. Medan man i allmänhet känner sig helt positiv, kan man sålunda någon gång ställa sig mera tveksam inför avsnitt eller detaljer som verkar mindre väl genomtänkta, särskilt ur matematisk-teoretisk synpunkt. Till dessa (ehuru tvekan här är obefintlig) hör presentationen av virtuella arbetets princip. — I kategorien tryckfel etc. får inräknas att »moment of inertia» i ett par fall förvandlats till »angular momentum» (p. 214, 216).

Med ovanstående reservation kan boken avgjort rekommenderas. Dess värde förhöjes av ett stort antal problem samt av de tydliga och välgjorda figurerna (fig. 10.12 är emellertid delvis felritad).

*S. Bertil Nilsson*

Matts Bäckström, *MKS-systemet inom mekaniska facket.* En orientering. Eget förlag S:t Eriksg. 86, Stockholm 1952, postgiro 25 90 90. 47 s., kr. 4:75.

När MKSA-systmet presenterades som universellt, uppkom mycken tvekan att införa det särskilt i en del mekaniska fack, där man tidigare hade brytt sig rätt lite om storheternas relationer, utan oftast tydde beräkningsformlerna som siffervärdesekvationer. Professorn i kylteknik vid KTH, som författat den här anmälda skriften, är en av de tekniker, som i denna situation grundligt satte sig in i frågan. Med sitt stora intresse för fysikaliska frågor gjorde prof. Bäckström detta mycket allsidigt, vilket resulterade i, att han blev starkt övertygad om nyttan av det universella MKSA-systemets företräden även i teknisk praxis och undervisning.

Den i broschyren givna orienteringen är skriven särskilt för ingenjörer och behandlar mest de tekniska enheterna, särskilt värmeenheterna. Därav följer, att enheten joule kommer i intressets medelpunkt som substitut för kalorin, en förändring som även fysikunionen rekom-

menderat. Redan i skriften anges nya tekniska värden och diagram byggda på joule, och nya tabellverk är under utgivande. På ett sätt som borde övertyga många ger förf. belägg för de nya enheternas ändamålsenlighet, särskilt i form av lösta numeriska problem. Skriften saknar inte heller intresse för fysiker, som vill ha information om nyorienteringen inom dessa tekniska fack. *Erik Ingelstam*

H. E. Huntley, *Dimensional Analysis.* Macdonald & Co. Ltd., London 1952. Pp. 158, 20s. net.

Dimensionsanalys är, som förf. till denna lärobok i ämnet påpekar, »not a highway, but a byway, to physics». Icke desto mindre har namnen Newton, Fourier och Lord Rayleigh sin plats i bibliografin över denna analysgren. Den går som bekant ut på att uppspåra lagbundenheter genom att betrakta dimensionssamband, oftast som potensuttryck, och i och för sig kan detta anses vara både trivialt och mycket begränsat till sin användning. Dock har t. ex. flera av de »tal», som man räknar med inom modern aerodynamik, varav Reynolds' tal är det mest bekanta, visat sig vara mycket väsentliga för det fortsatta arbetet efter linjer som ännu inte hunnit klarna teoretiskt.

Boken är enkelt och intressant skriven för studerande på området.

*Erik Ingelstam*

Tryggve Johansson, *Färg.* Natur och kultur, Stockholm 1952. 94 s. + 7 färgplanscher. Linneband kr. 37: —.

Till tjänst för de många yrkesutövare som behöver kunskap om modern färgmätning har förf. nu utgivit en andra, väsentligt omarbetad upplaga av sin populära handbok om färg.

Boken utgör den enda sammanfattande framställningen på svenska och har redan därför sin spridning säkrad, men den kan rekommenderas även på grund av sin kvalitet. De viktigaste fysikaliska och fysiologiska betingelserna för färgseendet framställas väl, och den trikromatiska färgmätningen enligt CIE belyses genom goda exempel. Även den i fysiken rätt obevandrade får den nödvändiga handledningen, varjämte de viktigaste instrumenten presenteras. Anmälaren vill möjligen ifrågasätta, om man som förf. gjort redan nu skall räkna om färgkoordinater enligt den i violettdelen förbättrade luminositetskurvan; den antogs dock ej vid 1951 års konferens. Min åsikt upprepas, att benämningen ljustäthet bör utmönstras. Denna misslyckade översättning från tyskan bör ersättas med det internationella luminans.

Den välskrivna texten belyses av ett stort antal tvåfärgstryckta figurer, och särskilt beröm förtjänar helsidesfärgplanscherna med utviksblad för läsarens egna små laborationer. Bokens senare partier om

färgningsteknikens grunder och om modifikation av färger vid skiftande belysning torde, ehuru kortfattade, ha stort intresse för färgpraktiker.

*Erik Ingelstam*

J. Taylor, *Detonation in Condensed Explosives.* Clarendon Press, Oxford 1952, Pp. 22+196, 25s. net. Ingår i serien Monographs on the Physics and Chemistry of Materials.

Ehuru 75 år förflutit sedan Nobel införde detonerande sprängämnen inom sprängtekniken finns det mycket få böcker som behandlar det fysikaliska och kemiska förloppet i sprängämnet i samband med detonationen. Den föreliggande monografin avser att fylla denna lucka och den gör det på ett utmärkt sätt. Framställningen bygger i stor utsträckning på undersökningar som under dr Taylors ledning utförts vid Nobel Division of Imperial Chemical Industries Ltd (ICI). Flertalet avsnitt äro skrivna av dr Taylors medarbetare.

Boken har följande innehåll: Kap. 1. Orienterande inledning; 2. Brisanta sprängämnens sammansättning och användning; 3. Metoder för mätning av detonationshastigheten (E. Jones); 4. Explosionsprodukternas tillståndsekvation (G. S. Fowlie); 5. Brisanta sprängämnens termokemi; 6. Den hydrodynamiska detonationsteorin; 7 och 8. Detonationen i kondenserade sprängämnen med enbart gaser resp. med en kondenserad fas i explosionsprodukterna. (Kap. 5—8 av S. Patersson); 9. Detonationshastighetens beroende av provets diameter och hölje; 10. Detonation med hög och låg hastighet; 11. Reaktionszonens natur. (Kap. 9—11 i samarbete med O. A. Curton). I ett kortfattat appendix diskuteras hur sprängämnets »strength» mätes.

*C. H. Johansson*

Bertil Hallert, *Fotogrammetri.* Norstedt & Söner, Stockholm 1953. 226 s., kr. 30:—.

Fotogrammetrin är under snabb utveckling både som vetenskap och praktiskt-tekniskt hjälpmedel. Dess väsentligaste del utgöres av flygfotogrammetrin, som dels omfattar flygbildens användning för mätändamål, främst kartläggning, dels numera även inbegriper utnyttjande av flygbilden som upplysningskälla, vilket kallas bildläsning eller bildtolkning. Den fotografiska bilden som mätunderlag rymmer emellertid vid sidan av kartläggning, andra mycket vidsträckta användningsområden, från astrofotogrammetrin till mikrofotogrammetrin. Det är sålunda ett stort fält som författaren behandlar på något mer än 200 sidor. Genom hans erkänt goda pedagogiska förmåga har boken blivit en god introduktion för lekmannen samtidigt som den innehåller en mängd värdefullt gods för fackmannen. Icke minst de klarläggande

illustrationerna bidrager till detta resultat. En god överskådlighe vinnes genom att bokens kapitel och moment besiffrats enligt ett lo giskt decimalsystem, utformat vid Tekniska Högskolans i Stockholm fotogrammetriska institution. Huvudavdelningarna äro: Fotogramme trins allmänna grunder; Markfotogrammetri; Flygfotogrammetri; Foto grammetrins användningsområden; Ekonomi och organisation; Historik

Det är svårt att utpeka vissa avsnitt såsom särskilt intressanta, efter som boken utgör en väl avvägd enhet. Dock uppmärksammas att även den allra senaste utvecklingen, så som den redovisades på 8:e inter nationella fotogrammetrikongressen i Washington sept. 1952, beretts utrymme. Sålunda beröres bl. a. användningen av radarmätning i kombination med flygfotogrammetri för kartläggning i små och medelstora skalor av områden på marken, som icke beträdas. Även helikopterns utnyttjande för storskalig kartläggning beskrives.

Boken inrymmer vidare intressanta uppgifter och sammanställningar rörande den statliga svenska kartläggningsverksamheten; Rikets allmänna kartverks ekonomiska kartläggning i skala 1 : 10 000 av $\frac{2}{3}$ av landets yta samt lantmäteriets och kartverkets framställning av skiftes kartor, byggnadsplanekartor m. m. Som avslutning lämnas på $4\frac{1}{2}$ sidor en utmärkt historik över fotogrammetrins utländska och svenska utveckling.

*P. O. Fagerholm*

George Shortley-Dudley Williams, *Physics, Fundamental Principles for Students of Science and Engineering.* Vol. I—II. Prentice-Hall Inc., New York 1950, Pp. xxiii+xiii+1271, $ 6.00+7.35.

Robert L. Weber-Marsh W. White-Kenneth V. Manning, *College Physics.* McGraw-Hill Book Company, Inc., New York 1952, Pp. x+820 $ 6.50.

Alexander Kolin, *Physics, Its Laws, Ideas, and Methods.* McGraw-Hill Book Company, Inc., New York 1950, Pp. xvi+890, $ 7.00.

Walter C. Michels-A. L. Patterson, *Elements of Modern Physics* D. Van Nostrand Company, Inc., New York 1951, Pp. x+659, $ 6.50

Ertle Leslie Harrington, *General College Physics.* D. Van Nostrand Company, Inc., New York 1952, Pp. vi+787, $ 6.75.

Under de senaste åren ha så många för lägre akademiska studier avsedda läroböcker i fysik utkommit i Amerika, att det inte är möjligt att recensera dem i önskvärd utsträckning. Flera av böckerna erbjuda emellertid en sådan myckenhet av värdefulla uppslag och synpunkter beträffande behandlingen av såväl den moderna fysiken som de klassiska områdena, att Elementa inte kan underlåta att upplysa om böcker

nas existens, även om anmälan i gängse mening inte kan komma i fråga av utrymmeshänsyn.

Tendenserna inom amerikansk akademisk fysikundervisning ha vi all anledning att följa med uppmärksamhet.

Kurserna ökas ut kraftigt; en lärobok för ettårig kurs, dvs. grundkursen för fortsatta skilda professionella karriärer, omfattar sällan mindre än 800 sidor. Moderna moment tas upp anmärkningsvärt snabbt; man ger dock inte avkall på den klassiska fysiken, vars behandling tvärtom breddas. Det blir allt vanligare, att man kräver lika stor grundkurs i fysik av blivande biologer och medicinare som av blivande fysiker, kemister och tekniker.

Dessa tendenser äro naturliga och betingade av den allmänna utvecklingen. Varje nation, som inte vill hamna bland de underutvecklade, måste slå in på samma väg.

Ovan förtecknade böcker äro alla avsedda för ettårig kurs.

Shortley-Williams (Ohio State University) är något mera omfattande än de övriga och meddelar en kunskapsvolym ungefär motsvarande kursen för två betyg i vår fil. ämbetsexamen. En jämförelse med svenska förhållanden är emellertid svår och blir snart inaktuell, eftersom förhållandena i Sverige och i Amerika inte ändras i samma riktning. — Weber-White-Manning (Pennsylvania State College) är ävenledes avsedd för blivande fysiker och tekniker. Boken är en reviderad utgåva av samma författares mycket använda arbete »College Technical Physics» (1947); den är den minst avancerade av förenämnda böcker.

Arbetena av Kolin (University of Chicago) och Michels-Patterson (Bryn Mawr College) äro båda avsedda för skilda kategorier studenter, bl. a. biologer och medicinare. Den förstnämnda boken är en grundlig bearbetning av Kolins »Introduction to Physics» (University of Chicago Press 1948).

Harrington (University of Saskatchewan) har skrivit sin bok, som är ett pionjärarbete och utomordentligt intressant, helt med tanke på biologer och medicinare. Boken meddelar den normala ettårskursens kunskapsmått i fysik, men belysande exempel ha tagits i stor utsträckning från biologien och dess tillämpningsområden. »The book differs from other texts principally in the choice of illustrative material. The author has been guided by the view that students in biology and in medicine are as capable of learning and as interested in the principles of physics as are students of engineering. No attempt has been made, therefore, to eliminate on the basis of difficulty any part of the more or less standardized course.»

Anmälaren vill slutligen citera ett stycke ur förordet till Michels-Patterson, eftersom vad där anföres stämmer med erfarenheterna från anmälarens egen undervisning och synpunkterna, framförda många

gånger förr på denna avdelning, behöva upprepas. »An MKS system of units has been used throughout, because of our conviction that it is a system which minimizes the effort required of the student who is studying the whole of physics. The use of a single system allows time for the study of electrical phenomena; time which would otherwise be dissipated in the discussion of three systems of electrical units. We have found that a student who has understood an account of physics in one system of units can adapt himself readily to any other system that he may need, or prefer, for dealing with a specific field.»

*Torsten Jönsson*

Erik Ingelstam—Stig Sjöberg, *Elfymatabellen.* Tabeller, formler, nomogram inom områdena matematik, fysik, elektroteknik. För forskningsarbete och undervisning. Till bruk vid universitet och högskolor, i industrilaboratorier, vid tekniska läroverk och andra tekniska utbildningsanstalter och för realgymnasiestuderande. Sjöbergs förlag, Stockholm 1952, 100 sid., format A 5, klotband, kr. 8:25.

När Elfymatabellen kom ut, mottogs den med allmänt bifall av företrädarna för de grundläggande ämnena vid våra tekniska utbildningsanstalter. Här förelåg en länge efterlyst tabell-, formel- och konstantsamling, som kunde medge förnuftig utformning av de skriftliga proven, och en handbok av lagom omfång för laborationsövningarna.

Elfymatabellen är nu alltför väl känd för att närmare presentation skall vara behövlig. Den har kommit till vidsträckt användning inte bara inom teknisk undervisning utan också på laboratorier av skilda slag; den har visat sig vara ett hjälpmedel, som man gärna har inom nära räckhåll på skrivbordet och laboratoriedisken.

För de högre tekniska läroverken är Elfymatabellen enligt anmälarens erfarenhet nära nog idealisk; endast smärre kompletteringar äro erforderliga i nästa utgåva för att boken till fullo skall motsvara önskemålen. För de högre allmänna läroverkens vidkommande torde Elfymatabellen bli till god hjälp vid den övergång till mks-systemet, som inte kan uppskjutas mycket länge till.

Verkets layout är mycket skickligt gjord; de hundra sidorna ha utnyttjats optimalt. Anmälaren anser emellertid, att besläktade avsnitt borde hållits bättre ihop; eleverna behöva alltför lång tid för att lära sig hitta i boken. Tryckfel utöver de av förlaget rättade ha upptäckts men skola inte förtecknas här. Från elevhåll har anmärkts, att boken är för svag i bindningen.

*Torsten Jönsson*

ROBERT B. MUCHMORE, *Essentials of Microwaves.* John Wiley & Sons, New York, Chapman & Hall, London, 1952, Pp. VII+236, $ 4.50.

»The basic physical principles that underlie the operation of all microwave devices are quite simple and can be grasped easily, even by the novice. — — — However, the mathematics needed to describe these laws quantitatively can be very abstruse and demanding of the utmost in training and understanding.» (Citat ur förordet.)

Författaren, verksam vid Hughes Aircraft Company, som förutom flygplan tillverkar elektronikmateriel i betydande omfattning och vars laboratorium är ett av de största industrilaboratorierna i USA med såväl utvecklingsarbeten som fri grundforskning på programmet, har försökt sig på den allt annat än enkla uppgiften att klargöra mikrovågsteknikens grundprinciper utan användning av matematisk apparat. Framställningen bygger på fältbegreppen och på det erfarenhetsmaterial, som fått sin sammanfattning i Maxwells ekvationer, vilka uppskrivas men därefter inte vidare användas i matematisk formulering. Av tillämpningarna behandlas bl. a. radar, radiolänkar, »atomartilleri» och mikrovågsspektroskopi.

Författaren har lyckats utomordentligt. För den som är väl hemmastadd i elektricitetslärans fenomenvärld blir läsningen av boken en sann njutning.

Boken bör lämpa sig förträffligt som introduktion för fysiker och för blivande konstruktörer. Den senare kategorien, som naturligtvis måste behärska även de matematiska hjälpmedlen, får genom Muchmores bok det riktiga fysikaliska perspektivet. *Torsten Jönsson*

C.-G. DANVER: *Astronomi.* En serie filmband med texthäften. Natur och Kultur, Stockholm 1952—53.

Varje fysiklärare har väl vid genomgången av astronomikursen i en klass känt ett behov att komplettera lärobokens illustrationer med ytterligare bildmaterial. Därvid har han med beklagande kunnat konstatera, att något fullgott bildmaterial, avsett för projektion inför klassen, ej funnits att tillgå. För att fylla denna brist har lektor Danver sammanställt ett stort antal bilder på en serie filmband (24×36 mm), belysande olika områden av astronomien. Bilderna ha till största delen hämtats ur astronomiska handböcker och tidskrifter, men även åtskilliga originalteckningar ha använts. I serien ha hittills åtta band utkommit: 1) Stjärnbilder på norra himlavalvet (32 rutor); 2) Himlavalvets dagliga och årliga förändring (28 r.); 3) Månen, vår närmaste granne i världsrymden (24 r.); 4) En fantasifärd till månen (24 r.); 5) Planeterna — jordens följeslagare på färden runt solen (39 r.); 6) Kometer och meteorer (33 r.); 7) Solen (31 r.); 8) En blick ut i uni-

versum (34 r.). Två nya filmband, som behandla avståndsbestämningar i världsrymden och optiska fenomen i atmosfären, äro under utgivning.

Filmbanden åtföljas av texthäften med mycket utförliga kommentarer till de olika bilderna. Där finner man bland rent astronomiska fakta även en hel del kulturhistoriskt stoff. Med fullt fog skulle man kunna beteckna samlingen av texthäften jämte filmband som en rikt illustrerad läsebok i astronomi. Tre av häftena avslutas med ett antal arbetsuppgifter, som lärjungarna kunna få pröva sina krafter på.

Måhända kan någon tycka, att det samlade bildmaterialet är alltför omfångsrikt för att i sin helhet kunna medhinnas vid undervisningen, och att en strängare sovring skulle ha gjort detsamma mindre kostsamt för en skola att förvärva. Förf. har emellertid tänkt sig, att intresserade elever skulle uppmuntras att hålla föredrag över ämnen, valda inom de ovan angivna områdena. För detta ändamål är det önskvärt att ha tillgång till ett någorlunda rikhaltigt bildmaterial. I samband med sådana föredrag kan en skola successivt förvärva de olika filmbanden. När det gäller den dagliga undervisningen, får läraren före lektionen välja ut det begränsade antal bilder han vill visa. Kanske finner han det därvid praktiskt att klippa sönder banden och montera de enskilda bildrutorna.

Ett fåtal smärre fel och inadvertenser, delvis av formell art, ha observerats vid genomläsning av kommentarerna. I saklighetens intresse må här noteras, att coma är det latinska ordet för hår (häfte 6: bild 12), och att hastigheten i kommentaren till bild 34 i häfte 8 skall vara angiven i km/sek. I den första uppgiften för temperaturen inom en solfläck (häfte 7, bild 8) har sannolikt ett tryckfel insmugit sig. Värdet bör väl vara 5000°. Dessutom borde nog arbetsuppgift 3 i häfte 2 ha givits en mera stringent formulering.

Helt visst komma de utgivna filmbanden att bli ett mycket välkommet hjälpmedel för undervisningen i astronomi.

*Helge Nordström*

*Kosmos*, Fysiska uppsatser, utgivna av Svenska Fysikersamfundet, bd 30, 1952, 228 s., kr. 12: —.

Att det är kärnfysiken, som dominerar den fysikaliska forskningen av i dag, avspeglar sig i föreliggande band av Kosmos. Inte mindre än sju av bokens tio uppsatser behandla ämnen med kärnfysikalisk anknytning.

I inledningsuppsatsen presenterar fil. lic. Sven Lennander årets nobelpristagare i fysik, professorerna Felix Bloch och Edward M. Purcell, som erhöllo nobelpriset för utvecklingen av nya metoder för kärnmagnetiska precisionsmätningar och därmed gjorda upptäckter. Docent Sigvard Eklund skriver om atomreaktorn (uranmilan)

och redogör såväl för dess principiella uppbyggnad och konstruktion som för dess olika användningsområden. Ett viktigt sådant är framställningen av radioaktiva isotoper. Dessa ha bl. a. fått en mångsidig användning inom industrien, vilket beskrives av fil. kand. Rolf Björnerstedt. Som exempel kan nämnas eliminering av störande statisk elektricitet, undersökning av svetsfogar och gjutgods, mätning av godstjocklekar, sortering av timmerstockar m. m. De nya svenska acceleratorerna, 225-cm cyklotronen i Stockholm, som är världens största i sitt slag, och synkrocyklotronen i Uppsala, som är den största i Europa, beskrivas av resp. fil. lic. Hugo Atterling och civilingenjör Bengt Hedin. Sedan några år tillbaka använder man speciella fotografiska plåtar för att registrera spåren av snabba partiklar. Fil. lic. Gösta Ekspong redogör utförligt för denna metod, som är särskilt lämplig vid undersökning av den kosmiska strålningen. Tekn. lic. Guy von Dardel skriver om arbets- och tidsbesparande kärnfysikaliska mångkanalapparaturer.

Den första av de tre uppsatser, som inte beröra kärnfysik, är författad av professor Tor Bergeron och handlar om Vilhelm Bjerknes och hans livsverk. Docent N. Herlofson har skrivit den andra, som handlar om radioastronomi. Denna nya gren av astronomien använder sig av våglängdsområdet mellan 1 cm och 10 m och kan därigenom undersöka de delar av universum, där materietätheten är mindre än $10^6$—$10^{12}$ atomer per $cm^3$, dvs. de yttre delarna av stjärnatmosfärerna. På så sätt kompletterar den alltså den optiska astronomien, som studerar de tätare delarna av universum. Professor T. Caspersson och med. lic. B. Lindström redogöra i en uppsats för hur man med spektrofotometriska ultramikrometoder kan undersöka mycket små cellavsnitt. Med dessa metoder ha stora framsteg gjorts inom cellforskningen.

*Karl Sjögren*

*Dana's Manual of Mineralogy.* Sixteenth Edition, revised by Cornelius S. Hurlbut Jr., John Wiley & Sons, Inc., New York 1952, Pp. 530, $ 6.00.

Den välkända läroboken i mineralogi, som 1848 författades av James Dwight Dana, upplever nu sextonde upplagan. Boken handlar huvudsakligen om kristallmorfologi och deskriptiv mineralogi och är avsedd att användas av läsare, som icke ha tillgång till mineralogisk specialapparatur. Kapitlen om mineralfysik och mineralkemi äro därför ytterst konspektiva och schematiska. Ett särskilt kapitel ägnas åt praktisk användning av mineral. Boken avslutas med tabeller för mineralbestämning med hjälp av enkla fysikaliska prov.

Kristallografiens snabba utveckling under de sista årtiondena har givit anledning till modernisering av den nya upplagan. Således har

kapitlet om kristallmorfologi genomgått vissa smärre förändringar, bl. a. genom införande av de numera internationellt antagna Hermann-Mauguin-symbolerna. Det skulle varit bra, om på samma gång den gamla ordningsföljden vid kristallbeskrivning hade ändrats, i boken börjar den med kubiska och slutar med triklina kristallformer. — Kapitlet om mineralkemi har utvidgats med ett kortfattat underkapitel om kristallkemi.

Boken kan varmt anbefallas åt alla, som vill ha en elementär och modern inledning i kristallernas morfologi och deskriptiv mineralogi.

*Otto Mellis*

*Harwell, The British Atomic Energy Research Establishment, 1946—1951.* Prepared by the Ministry of Supply and the Central Office of Information. Her Majesty's Stationary Office, London 1952, Pp. 128, 6s. net.

Denna synnerligen välskrivna och rikt illustrerade bok ger några glimtar från den mångskiftande verksamheten vid Europas största anläggning för ren och tillämpad forskning. Boken uppges avsedd för »the general reader», varmed i detta fall menas lekmän med grundlig naturvetenskaplig allmänbildning.

*Torsten Jönsson*

G. B. Cook and J. F. Duncan, *Modern Radiochemical Practice.* Oxford, At the Clarendon Press, 1952, Pp. xx+407, 42s. net.

Den tämligen omfångsrika boken utgör en värdefull framställning av metoder och fakta för den som önskar använda kärnkemiska metoder för lösning av praktiska problem eller endast studera dem för deras egen skull. Inte minst värdefulla äro de 67 sidor i bokens senare del som behandla lämpliga kärnkemiska experiment. De torde kunna ge åtskilliga värdefulla uppslag för fortsatt verksamhet. Referenserna äro talrika.

Det är naturligt att författarna icke kunna behärska det skäligen mångsidiga ämnets alla sidor lika väl. Sålunda kan man t. ex. beteckna avsnitten om beredning av preparat för $\alpha$-mätning och metoder för $\beta$-mätning på gaser såsom magra och föga representativa. Urvalet Szilard-Chalmers-reaktioner som gives i en översiktstabell är ganska egendomligt och tyder åtminstone delvis på en väsentlig eftersläpning i tiden. Egendomligt är vidare att transuranernas framställning och egenskaper fullständigt förbigåtts. Ordet saknas i sakregistret. — Det sagda hindrar inte att boken kan rekommenderas till alla kärnkemiskt intresserade.

*Lars Melander*

Friedrich Klages, *Lehrbuch der organischen Chemie.* I. Band, 1. Hälfte. Walter de Gruyter & Co., Berlin 1952, 532 S., DM 68:—.

Föreliggande band utgör början till ett brett upplagt verk, omfattande 3 band, varav det första delats i två halvband. Det nu utgivna halvbandet omfattar systematisk organisk kemi för föreningar innehållande kol, väte och syre eller halogen. Andra halvbandet kommer att innehålla systematisk organisk kemi för övriga föreningar jämte ett par mera allmänna kapitel. Andra bandet har reserverats för teoretisk organisk kemi samt det tredje och sista för specialområden, såsom naturprodukter, färgämnen och biokemins grunder. Dessa delar av verket uppges vara under tryckning och beräknas utkomma under loppet av 1953. I färdigt skick torde Klages' verk bli den största moderna tyskspråkiga läroboken i organisk kemi.

Första bandet är strängt systematiskt uppställt. För varje substanstyp genomgås grundligt syntesmetoder, viktiga reaktioner och egenskaper. Ett relativt stort antal enskilda substanser omnämnes, men naturprodukterna sparas till tredje och den historiska utvecklingen till andra bandet. Viktiga reaktioner utgående från t. ex. acetylen, aldehyder eller syraklorider är klart och redigt uppställda i schemaform. Av de namn som citeras från de sista 10—20 åren har nog tyskarna fått en oproportionerligt stor andel. En fördel härav är dock att den moderna, av Reppe utvecklade acetylenkemin blivit utförligt behandlad.

Boken kallas lärobok och är också skriven som en sådan. (Litteraturreferenser saknas t. ex.). Till tentamensläsning är den dock väl omfångsrik, och dessutom kommer det kompletta verket att betinga ett alltför högt pris. Man kan nog därför förutspå, att den mest kommer att användas som uppslagsverk och handbok, vilket den med sin mängd av fakta är väl lämpad för. De återstående delarna av verket motses med intresse. *Gösta Lindstedt*

L. Gattermann & H. Wieland, *Die Praxis des organischen Chemikers.* 34. Aufl. Walter de Gruyter & Co., Berlin 1952, 411 S., DM 26,—.

Denna bok, vars första upplaga utkom för nära 60 år sedan, är alltför välkänd för många generationer kemistuderanden för att en närmare presentation skall anses berättigad. Den nu föreliggande 34:e upplagan innehåller emellertid åtskilligt nytt av intresse. Förutom förbättringar av redan förefintliga preparativa föreskrifter har nya preparat medtagits. Papperskromatografien och polymerisationstekniken är beskrivna i nya kapitel med lämpliga exempel.

»Gattermann», som tidigare icke behandlat den teoretiska organiska kemien, har nu ett välskrivet kapitel (20 sidor) om den moderna

elektronteorien (av prof. R. Huisgen). Dessa sidor kan med fördel studeras som inledning till den praktiska kursen i organisk syntes.

Den nya »Gattermann» är sina många föregångare lik genom den noggrannhet i beskrivningen av de väl valda försöken samt de tillförlitliga allmänna reglerna för organiskt-kemiskt arbete, som man alltid varit van att finna i denna i sitt slag oöverträffade »kokbok». Bokens föryngring genom införandet av nya moderna metoder samt litet teori kommer säkert att ytterligare öka dess popularitet.

*Klas-Bertil Augustinsson*

Olof Samuelson, *Ion Exchangers in Analytical Chemistry.* Almqvist & Wiksell, Stockholm and John Wiley & Sons, Inc., New York, 1952, 291 s., kr. 36: —.

Arbetet innehåller först en inledning, som beskriver jonbytarmetodikens historiska utveckling samt ger en översikt över nuvarande användningsområden. Innehållet i övrigt är indelat i tre delar: 1) »General part», behandlande jonbytarnas struktur och egenskaper, jonbytarjämvikter samt grundprinciperna för kolonnförsök m. m., 2) »Practical part», där läsaren får ta del av teknik och arbetsmetoder samt 3) »Applications», vari en mängd användningsområden passerar revy.

Den strikta uppdelningen av stoffet i delar, kapitel, en mängd sektioner och underrubriker vittnar om författarens goda vilja att systematiskt behandla det omfattande materialet. Det kan emellertid diskuteras, om inte gränserna i flera fall blivit onödigt skarpa, vilket lett till att beskrivningarna av vissa företeelser, t. ex. temperaturens och surhetsgradens inflytande vid skilda jonbytarprocesser, behandlats styckade på ett flertal ställen i boken, ehuru principerna varit desamma.

Författaren, som sannolikt är vårt lands praktiskt mest erfarne jonbytarkemist, har lagt huvudvikten vid jonbytarnas användning som hjälpmedel vid kemisk analys, särskilt av tekniska produkter. Därför har andra områden såsom t. ex. jonbyteskromatografi och kinetik behandlats mera kortfattat, vilket förordet också framhåller. Vissa delar av monografien kan betraktas som översikter över Samuelsons egna arbeten insatta i det internationella sammanhanget. Även en del äldre undersökningar har därför tagits med, vilka kanske ej fått utrymme, om boken skrivits av en annan jonbytesforskare. Det kan emellertid anses berättigat, att göra dessa pionjärundersökningar kända för en vidare publik, då de ju i stor utsträckning förut publicerats i tidskrifter med internationellt sett liten räckvidd.

Några felaktigheter har insmugit sig, t. ex. på sid. 175, där en förmodad partiell separation av titanisotoper omnämnes. Författaren är emellertid föredömligt försiktig och låter vederbörande forskare själva

ansvara för (o-)riktigheten. Sammanfattningsvis måste betonas, att det är en mycket trevlig bok, som Samuelson åstadkommit. Särskilt glädjande är att många svenskar, som gjort utmärkta insatser på jonbytarteknikens område, får sina arbeten mera kända inför engelskspråkig publik.

*Wilhelm Forsling*

Paul Nylén och Nils Wigren, *Kemiska räkneuppgifter.* 8:e uppl. Almqvist & Wiksells Skolböcker (Gebers), Uppsala 1952, 246 s., kr. 12:75.

Som övningsbok i stökiometri på skolstadiet har författarnas Elementära kemiska räkneuppgifter varit tämligen allenarådande på den svenska läroboksmarknaden. Sedan boken i sina senaste upplagor utvidgats och tagit upp allt flera fysikalisk-kemiska problem till behandling, är det fullt motiverat att attributet elementära fått utgå ur titeln.

I den nu utkomna åttonde upplagan har boken kompletterats med ytterligare ett område inom elektrokemien, nämligen med en redogörelse för bestämning av överföringstal enligt Hittorfs metod. Bland de mera iögonenfallande nyheterna i övrigt märkes en i det närmaste fullständig övergång till den nomenklatur och de symboler, som rekommenderats vid Internationella Kemiunionens senaste möten. I samband härmed ha författarna även övergått till de teckenkonventioner i termokemien för ändringar av entalpier och inre energier vid kemiska reaktioner, som sedan länge varit i bruk i amerikansk kemilitteratur, och som nu bli alltmera vanliga även i de europeiska läroböckerna, och som även torde helt och hållet dominera inom den skandinaviska kemiundervisningen på högskolestadiet. Vid den omarbetning av kapitlet om termokemi, som vidtagits, hade kanske de införda termodynamiska storheterna kunnat få en konkretare innebörd för läsaren, om $\triangle$ H-värdena i en enkel ekvation hade explicit definierats som skillnader mellan de reagerande ämnenas molentalpier. Däremot förefaller det anmälaren pedagogiskt olyckligt att i sammanhanget ta upp att man godtyckligt kan antaga grundämnenas molentalpier vara noll.

Särskilt i de inledande kapitlen följa författarna fortfarande principen att ta upp flera olika metoder till behandling vid genomgången av typexempel. Det har den fördelen att en elev, som använder boken som bredvidläsning alltid bör kunna finna en metod, som ligger i linje med det framställningssätt, som han vant sig vid under lärarens handledning. De, som använda boken vid självstudium, få en möjlighet att jämföra skilda metoder att angripa problemen. Red-ox-

reaktioner utredas sålunda både som elektronreaktioner och med dualistiska formler enligt Berzelius med syreatomer i blickpunkten.

Här och var finner man kvarlevor från äldre upplagor, som borde ha reviderats. Exempelvis äro en del konstantvärden icke helt up to date. I tabellen över vattnets jonprodukt vid olika temperaturer finner man sålunda värden som äro 30 % högre än de numera accepterade.

För den elementära kemiundervisningen är Kemiska räkneuppgifter allt fortfarande en mycket värdefull tillgång. Dess kvalitet framgår ju bl. a. därav att den hör till de mycket fåtaliga svenska kemiläroböcker, som fått internationell spridning genom att den utgivits även i upplagor på andra språk än svenska. *Ido Leden*

Alfons Klemenc, *Anorganische Chemie auf physikalisch-chemischer Grundlage.* Springer-Verlag, Wien 1952. 430 S. Inb. ca 30 kr.

»Dieses Buch ist aus der Not der Zeit entstanden» — så inleder förf. det utförliga förordet till den lärobok som han givit ut för att avhjälpa bristen på böcker i Österrike efter 1945. Hans åsikt är att »anorganische Chemie» skall ge dels den allmänna inledningen till kemistudier, dels grundlinjerna inom detta område. Fysikens lagar förutsättas vara bekanta och tillämpas i kända ekvationer i kapitlen om termodynamik, spektra, kvantteori osv. i bokens tidigare delar. Uppläggningen bär spår av att förf. är professor vid en teknisk högskola. Praktiska och tekniska frågor ha fått skäligt utrymme och avhandlas trevligt mot teoretisk bakgrund.

Mot kapitlen med ett mera pedagogiskt innehåll kunna förargliga anmärkningar riktas. Begreppet ekvivalentvikt får t. ex. en olycklig, delvis felaktig utformning på grund av det antika sättet att definiera »värdighet» genom antalet bundna väteatomer. Innehållet i avsnitten om elektrolytisk dissociation och hydrolys måste förvåna en läsare med någon kännedom om vad som gjorts på dessa områden efter 1920. De utförliga beräkningar som anställas med användande av dissociationsgraden hos NaOH (ja, verkligen) ge med lämpligt applicerade approximationer de önskade resultaten, men de höra hemma i kemiens historia. Sambandet, som härledes mellan basicitet och löslighetsprodukt hos hydroxider, förefaller äventyrligt.

Experiment beskrivas endast vid ett par tillfällen. Förf. anför, att det experimentella är en central del av kemistudiet, men en angelägenhet för föreläsningarna och övningarna på laboratoriet. Detta är säkert riktigt, när det gäller en bok för studerande vid högskolor. — Den typografiska utstyrseln, papper och bindning äro utmärkta.

*Bertil Englund*

Tore Knöös, *Kemi för gymnasiet.* Allm. linjen och latinlinjen. Del I. Organisk kemi. A. V. Carlson, Stockholm 1953, 48 s., kr. 1:90.

Boken omfattar ungefär den kurs i organisk kemi, som brukar genomgås i realskolan. En redig och koncis framställning med förträffliga illustrationer ger en kortfattad och lättläst kurs. De försök, som föreslås, är enkla.

Smärre detaljanmärkningar kan göras. Inledningen till kapitlet om estrar, i vilken förf. söker få läsaren att tro på något slags likhet mellan salter och estrar, bör således arbetas om. Att en formellikhet förefanns mellan esterifikation och syrabas-neutralisation, innan den senare reaktionen uppfattades som jonreaktion, är visserligen sant, men någon annan likhet är svår att finna. Utredningen av isomeribegreppet i anslutning till aldehyder och ketoner är oklar och kan förbättras med ett exempel (aceton-propionaldehyd). Tryckfel har jag funnit ett enda: på s. 10 finns en hänvisning till försök 6, vilken tydligen avser förs. 7.

Dessa detaljer ändrar emellertid ej intrycket av en god, klar och koncentrerad lärobok. *Einar Grimsell*

Arne Elfving-Bertil Englund, *Kemi för kommunala flickskolor.* Natur och Kultur, Stockholm 1952, 99 s., kr. 3:50.

Eftersom de kommunala flickskolorna från och med det nyss avslutade läsåret tillämpat en kursplan, som i rätt hög grad skiljer sig från realskolans, har frågan om lämpliga läroböcker blivit aktuell. Enligt den nya planen skall i flickskolans $5^7$ (och $4^6$) en grundläggande kunskap i kemi, både oorganisk och organisk, inhämtas under ett läsår. Därefter kan kemi följande år väljas som tillvalsämne (reallinje A), och studierna i ämnet avslutas efter två år allt som allt.

Föreliggande lärobok, »Kemi för kommunala flickskolor», är avsedd att fylla behovet av lärobok för undervisningen enligt den nya kursplanen, och undertecknad har använt den under sistförflutna läsår i $6^7$. Det område, som skall behandlas under andra året, är med hänsyn till det disponibla timantalet (1 timme + 2 laborationstimmar i veckan) synnerligen omfattande: Atomernas byggnad, kärnreaktioner, de viktigaste elementens förekomst, föreningar och deras praktiska användning, samt slutligen titreranalys inklusive pH-begreppet. Jag tycker mig dock kunna konstatera, att vi med lärobokens hjälp lyckats få en rätt överskådlig bild av området, varvid naturligtvis bokens knappa framställning fått göras fylligare, bl. a. med material från första årskursen. Det förefaller mig troligt, att en något mer detaljrik och utförlig framställning av de viktigaste elementens föreningar skulle ha underlättat både lärarens och elevens arbete. Den i och för sig begripliga och lovvärda strävan, som utmärker boken, att undvika kom-

plicerade formler, synes mig snarast ha drivits väl långt. Många före ningar karakteriseras ju på enklaste sätt med en formel, och när de gäller analysen måste i alla fall begreppet formelvikt införas.

Kapitlen om pH-begreppet och om kärnreaktioner äro enligt mi erfarenhet väl avvägda och lagom svåra med hänsyn till eleverna nivå. Utmärkt har boken varit som stöd och hjälp för laborationerna i synnerhet beträffande titreranalysen och därmed sammanhängand problem. *Signe Myrbäck*

Foghammar—Sjöstrand, *Matematiska uppgifter på reallinjen* (allmä kurs). Tredje uppl. Seelig & Co., Stockholm, 106 s., kr. 4:50.

Samlingen innehåller ett stort antal exponential- och s. k. logaritm ekvationer. Sedan dylika uppgifter slopats i studentskrivningarna torde knappast tid bli övrig för dem vid undervisningen. (Ekv. a formen $a^x=b$ torde man dock alltjämt böra behandla.) Helst bord dylika uppgifter ha utgallrats, men när de bibehållits, borde det h sagts ifrån, att de äro av sekundär betydelse. Det sagda gäller äve trigonometriska rotekvationer och system, andragradsekvationer so betyda räta linjer, tals delbarhet och exempel på binomialteoremet.

Ett och annat problem tycks fordra normalformen. Borde ej dett ha markerats på något sätt? Vissa ortproblem, 417 och 853, förefall att ej tillhöra allmän kurs.

Det här anförda får ej skymma bokens förtjänster. Den innehålle många värdefulla exempel och fyller alltjämt ett behov. *S. Bågman*

---

*Författare i detta häfte:* lektor B. Andersson, Linköping; fil. d J. Andersson, Vaxholm; docent K.-B. Augustinsson, Stockholm; fil. li G. Blom, Malmö; läroverksadjunkt S. Bågman, Stockholm; docent L Carleson, Uppsala; lektor B. Englund, Uppsala; docent P. O. Fager holm, Stockholm; läroverksadjunkt N. Falkström, Borås; assisten W. Forsling, Stockholm; professor O. Frostman, Stockholm; fil. li T. Ganelius, Stockholm; läroverksadjunkt E. Grimsell, Norrköping lektor B. Gustaver, Stockholm; docent E. Ingelstam, Stockholm docent C. H. Johansson, Stockholm; lektor T. Jönsson, Stockholm docent B. Kjellberg, Uppsala; docent B. Kleman, Stockholm; docen I. Leden, Göteborg; assistent B. Liljeqvist, Stockholm; laborator C Lindstedt, Stockholm; docent L. Melander, Stockholm; docent C Mellis, Stockholm; läroverksadjunkt M. Mohlin, Trelleborg; profes sorskan Signe Myrbäck, Stockholm; fil. dr F. Nettelblad, Lund docent S. B. Nilsson, Lund; docent Å. Nilsson, Uppsala; lektor H Nordström, Stockholm; docent H. Rådström, Stockholm; lektor H Sjögren, Göteborg; lektor G. Starck, Stockholm; läroverksadjunk J. Stenman, Uppsala; lektor T. Öberg, Härnösand.

## Gradualavhandlingar[1]

Åke Nilsson, *A precision determination of the K excitation potential of some 3d elements.* Arkiv för Fysik, Band 6, Nr 49. Disp. i Uppsala den 23 maj 1953. Opponenter: docent Gösta Brogren och fil. lic. Lars-Sjöquist.

Röntgenstrålning emitteras, då elektronerna i ett röntgenrör träffa antikatoden och bromsas upp vid denna. Spektroskopiska undersökningar ge vid handen, att den utsända röntgenstrålningen utgöres dels av ett karakteristiskt linjespektrum och dels av kontinuerlig strålning. Båda typerna av spektra är till våglängdsomfång och intensitet beroende av den över röntgenröret lagda spänningen. Av stort intresse är att undersöka intensitetsförhållandena i närheten av de lägsta spänningar vid vilka röntgenstrålning av bestämd våglängd uppträder. För kontinuerlig strålning av våglängden $\lambda$ bestämmes denna gränsspänning $V$ av energirelationen $hc/\lambda = eV$. Mätning av gränsspänningen $V$ utgör en viktig metod att bestämma konstanten $h/e$. Motsvarande gränsspänning för intensiteten hos en spektrallinje i karakteristiska röntgenspektrum kallas linjens excitationspotential eller tändspänning. Röntgenlinjer uppträda i spektrum, då genom elektronstötarna vid antikatoden inre elektroner avlägsnats från sina normala banor hos de träffade atomerna, dvs. då inre nivåer (röntgennivåer) exciterats. Begreppet excitationspotential hänför sig därför strängt taget till excitationen av en röntgennivå och motsvarar således den minsta energi, som är nödvändig för denna excitation.

I föreliggande arbete har intensiteten registrerats för $K\alpha_1$-linjen i röntgenspektrum hos vissa av de lättare övergångselementen i ett litet spänningsintervall kring excitationspotentialen. Undersökningen utfördes med en konkavkristallspektrometer, och linjeintensiteten registrerades med ett Geiger-Müller-rör. Likriktaraggregatet för högspänningen till röntgenröret var försett med en elektronisk utjämnings- och stabiliseringsanordning, som pressade ned den överlagrade 50-periodiga växelspänningen till belopp av storleksordningen 0,1 volt. Med en variabel tilläggsspänning var det möjligt att passera de undersökta intervallen i steg om $\frac{1}{2}$ eller $\frac{1}{4}$ volt.

Den huvudsakliga svårigheten vid bestämningar av detta slag sammanhänger med utbildningen av brännfläck vid antikatoden. Brännfläcken uppbygges huvudsakligen av kol från organiska föreningar, vars molekyler sönderdelas av elektronstrålen, men också av oxider eller sulfider av antikatodmaterialet, vilkas syre eller svavel härrör från restgasen i röntgenröret. Redan några få atomlager av sådana föroreningar

[1] När ej annorlunda anges, är referatet av vederbörande förf:s egen hand.

äro tillräckliga för att spoliera mätresultatet. På två sätt inverkar brännfläcken störande; dels inmänges det främmande elementet i antikatodens kristallgitter, varigenom de energetiska förhållanden, vi avse att undersöka, förändras, och dels utövar brännfläcken en bromsande inverkan på de infallande elektronerna, varigenom precisionen i spänningsmätningen går förlorad. Att mätningar av excitationspotentialer ej tidigare företagits med den här uppnådda noggrannheten torde bero på svårigheten att erhålla rena antikatodytor i de vanligen använda röntgenrören av metall. Först sedan en metod härför utarbetats, blev det möjligt att göra reproducibla upptagningar av intensitetskurvorna.

Ur de erhållna kurvorna kunde excitationspotentialen för *K*-nivån avläsas. Tidigare ha dessa potentialer beräknats ur röntgenabsorptionskanter med användande av de numeriska värdena på ljushastigheten och konstanten $h/e$. Omvänt har man här i de fall då absorptionskanten är väl känd ifråga om struktur och våglängd en andra röntgenmetod att bestämma konstanten $h/e$. Försök till sådana bestämningar redovisas för vissa av de mätta excitationspotentialerna, och den i metoden liggande osäkerheten diskuteras. En hithörande fråga av principiell innebörd gäller problemet huruvida den accelererande spänningen i röntgenröret är identisk med den pålagda och med voltmeter mätta spänningen, eller om en korrektion av denna med utträdesarbetet för elektronerna i katoden är nödvändig, en elementär konsekvens av elektronteorien för metaller. Riktigheten av teorin har på denna punkt varit föremål för diskussion, varför det var nödvändigt att söka åstadkomma nya experimentella argument för eller emot ifrågavarande korrektion. Bekräftelse av teoriens riktighet erhölls med den enkla metoden att mäta excitationspotentialen för en och samma nivå med användande av två katodtyper med olika stora utträdesarbeten. Den väntade differensen i excitationspotentialen kunde experimentellt påvisas.

Upplösningen av strukturen hos excitationskurvorna är beroende av upplösningsförmågan $V/\delta V$ hos högspänningsaggregatet. Denna s. k. voltupplösning kan drivas betydligt högre än den spektrala upplösningen vid absorptionskanterna. Uppritade med absorptionskoefficienten som ordinata skall dessa i området närmast kanten ha samma utseende och karaktär som excitationskurvorna, eftersom båda återspegla nivåtätheten i den av elektroner obesatta delen av ledningsbandet. Genom den höga voltupplösningen kunde en i absorptionskurvorna icke iakttagen finstruktur i närheten av excitationspotentialen påvisas. Utifrån bandteorien för metaller bör en sådan struktur förväntas vid övergångselementen, varför teorien här fick ett nytt och överraskande stöd.

Bengt Kleman, Investigations in the band-spectra of some diatomic hydrides, Stockholm 1953, Disp. i Stockholm den 20 maj 1953. Opponenter: laborator Albin Lagerqvist och fil. lic. Ulla Uhler, Stockholm.

Det experimentella materialet har huvudsakligen redovisats i fem tidigare publicerade arbeten, vilka bilagts avhandlingen. Tre av dessa arbeten ha utförts tillsammans med kolleger (Fil. mag. Erik Werhagen, Fil. kand. Åke Lagercrantz och Fil. lic. Ulla Uhler) vid Fysiska Institutet , Stockholms Högskola. Fyra separatarbeten utgöra analyser av bandsystem tillhöriga spektra av molekylerna AlH och GeH och ett en experimentell undersökning av predissociationsfenomen i spektrum av CuH.

I avhandlingen har första delen underrubriken »The spectra of the hydrides of the CH, BH, and NH type groups».

Med utgångspunkt från analyserna av germaniumhydridens spektrum diskuteras den fysikaliska stabiliteten hos elektrontillstånden inom CH-gruppens molekyler (CH, SiH, GeH, SnH och PbH). [De i avhandlingen behandlade molekylerna äro alla kemiskt instabila]. Speciell uppmärksamhet ägnas åt inplacerandet av kvartettermerna i termschemat. Resultaten för gruppen kunna sammanfattas på följande sätt. Grundtillståndet förblir mycket stabilt, när man går från CH till PbH i gruppen, medan stabiliteten hos de exciterade tillstånden snabbt avtager för de tyngre molekylerna. Hos de tyngsta molekylerna förekomma starka kvartett-dubblettövergångar i spektrum.

BH-gruppens molekyler behandlas utgående från AlH. Samma allmänna gång i stabiliteten hos molekylerna inom denna grupp som inom CH-gruppen påvisas. Också inom denna grupp förekomma starka interkombinationssystem (triplett-singlett övergångar) i de tyngsta molekylernas spektra.

Inom NH-gruppen innehålla endast spektra av NH och BiH flera bandsystem, medan inga system alls tillhöriga AsH eller SbH äro kända. Det framhålles att detta är i överensstämmelse med den funna allmänna gången av stabiliteten för elektrontillstånden i de två tidigare behandlade grupperna. De kända systemen i spektrum av BiH tillskrivas interkombinationsövergångar.

I senare delen av avhandlingen, »Predissociation phenomena in CuH», behandlas vissa intensitetsanomalier i kopparhydridens spektrum, vilka uppträda vid excitation under låga tryck i hålkatod. Från analysen av kopparhydridens spektrum är känt att de lägre exciterade singlettermerna växelverka med varandra på ett mycket komplicerat sätt. Termerna antagas vidare vara påverkade av en instabil tripletterm vilket leder till att såväl direkt som accidentell predissociation observeras i spektrum vid låga tryck.

FOLKE NETTELBLAD, *Studies of astronomical scintillation.* Results from photoelectric observations (Meddelande från Lunds Astronomiska Observatorium Ser. II Nr. 130). Lund 1953, 109 s. Disp. i Lund den 16 maj 1953. Opponenter: docent HENRIK KRISTENSON och docent LENNART STIGMARK.

Den astronomiska scintillationen orsakas av små områden med tät hetsanomalier i jordatmosfären. Avhandlingen ger resultaten från scintillationsobservationer utförda med fotomultiplikator (1P21), oscillo graf och kamera. Ur de erhållna tids-intensitetsdiagrammen har förf sökt erhålla för scintillationstillståndet karakteristiska parametrar. De flesta observationerna har utförts i Lund, de övriga vid Stockholms Observatorium i Saltsjöbaden. Diametern hos de använda spegelteleskopen har med hjälp av cirkulära bländare varierats mellan 1 m och 1 cm. Apparaturen tillåter studium av ljusförändringar inom ca 1 millisekund. Vid denna tidskonstant och de minsta använda teleskopöppningarna börjar, även vid användning av de allra ljusaste stjärnorna, de statistiska fluktuationerna i antalet fotoelektroner att bli jämförbara med variationerna på grund av scintillationerna.

Antalet ljusväxlingar per sekund når vid öppningar upp till storleksordningen 150 (antalet maxima), och maximala ljusvariationen kan uppgå till ca 4 magnituder inom en bråkdel av en sekund. Med växande instrumentöppning utjämnas scintillationerna kraftigt, och vid de största använda öppningarna uppgår maximalvariationen endast till ca 0,2 magnituder. Scintillationen varierar betydligt från natt till natt men ökar ständigt med objektets zenitdistans. Vidare avtar scintillationerna vid användning av ett bredare våglängdsintervall jämfört med ett smalare, i varje fall vid någorlunda stora zenitdistanser. För ytobjekt utjämnas scintillationerna från olika delar av ytan. Observationer av Saturnus har dock visat, att betydande variationer ($> 0{,}$ magnituder vid öppningar $\leqq 5$ cm) förekommer även vid objekt av denna angulära storleksordning.

De erhållna resultaten visar god överensstämmelse med de värden på scintillationen på andra platser (företrädesvis Dublin och Edinburgh), som erhållits med liknande metodik, och ett antal slutsatser rörande antalet och storleken av scintillationerna vid olika instrument öppningar synes säkerställda.

Ur det ovan nämnda antagandet om täthetsanomalier i jordatmosfären har scintillationerna förklarats dels som ett refraktionsfenomen dels också nyligen som ett diffraktionsfenomen. De erhållna observationsresultaten antyder, att ren refraktion åtminstone i vissa fall ger upphov till scintillationerna. Materialet tillåter dock ej definitiva slutsatser.

Avhandlingen innehåller även en översikt över tidigare arbeten på området, spec. dem från innevarande århundrade.

# Problemavdelning[1]

## Matematiska uppgifter

1876) *Sidoytorna BCD, CDA, DAB, ABC i en tetraeder T ha tyngdpunkterna $A_1$, $B_1$, $C_1$, $D_1$ resp. Tetraederns tyngdpunkt är G. På analogt sätt äro $A_2$, $B_2$, $C_2$, $D_2$ tyngdpunkter för sidoytorna i tetraedern $A_1B_1C_1D_1$ ...; $A_n$, $B_n$, $C_n$, $D_n$ tyngdpunkterna för sidoytorna i tetraedern $A_{n-1}B_{n-1}C_{n-1}D_{n-1}$. Om P är en godtycklig punkt, skall likheten $PA_n^2+PB_n^2+PC_n^2+PD_n^2=4PG^2+S:4\cdot 9^n$ bevisas, där S är summan av kanternas kvadrater i tetraedern T.* V. Thébault.

1877) *Sidorna BC, AC, AB i en triangel ABC äro baser i tre likbenta likformiga trianglar med spetsarna $A_1$, $B_1$, $C_1$. De två sista äro båda vända utåt (inåt), den första inåt (utåt). Visa, att punkterna A, $A_1$, $B_1$, $C_1$ i allmänhet äro hörn i en parallellogram.* X.

1878) *Beräkna* $\binom{n}{0}+\binom{n}{3}+\binom{n}{6}+\binom{n}{9}+\ldots$ *och* $\binom{n}{0}+\binom{n}{4}+\binom{n}{8}+\binom{n}{12}+\ldots$

*I. Gunsjö.*

## Enklare matematiska uppgifter[2]

1879) Lös ekvationssystemet $x^2+y^2=5$; $x^3+y^3=9$.

Svar: $x$-rötter 1; 2; 2,111; −0,738 och $y$-rötter 2; 1; −0,738; 2,111 resp.

1880) Lös ekv. $\sin x\,\mathrm{tg}^n x+\cos x\cot^n x=\sin x+\cos x$.

Svar: $x=45°+m\cdot 90°$.

1881) Trianglarna $ABC$ och $A_1B_1C_1$ äro rätvinkliga vid $C$ och $C_1$. Beräkna sidorna om $A_1B_1-A_1C_1=AB-AC=1$ cm; $B_1C_1-BC=10$ cm; $A_1C_1-AC=100$ cm.

Svar: 5; 12 och 13 cm och 15; 112 och 113 cm.

1882) Talen $a+b$, $ab$, $1:a+1:b$ och $1:ab$ bilda i denna ordning en (egentlig) aritmetisk serie. Bestäm seriens summa.

Svar: $2+\sqrt{32}$ eller $2-\sqrt{32}$.

[1] Denna avdelning redigeras av adjunkt S. Bågman, till vilken uppgifter och lösningar kunna insändas under adress: Banérgat. 33, Stockholm Ö.

[2] Uppg. 1879—1880 äro insända av *B. Svenonius*, 1881 av *G. Danielsson* 1882—1883 av *I. Gunsjö*, 1884—1885, 1900—1901 av *G. Wranglén*, 1886—1889 av *P.-G. Ljungfors*

1883) I en triangel är med vanliga beteckningar $a^2+b^2=5c^2$ och $T=\frac{8}{8}a^2$. Beräkna vinklarna.

Svar: 40,60°; 108,44°; 30,96°.

1884) I en cirkel med radien $r$ drages en korda på avståndet $\frac{1}{3}r$ från medelpunkten. I det större av de uppkomna segmenten inskrives en likbent triangel med kordan som bas. I triangeln inskrives en cirkel; i denna drages en korda på samma sätt, varpå i det större segmentet en ny likbent triangel inskrives och i denna cirkel osv. i oändlighet. Bestäm summan av cirklarnas ytor, den första inräknad.

Svar: $9\pi r^2(8\sqrt{3}+7):143$.

1885) I en tresidig pyramid är varje baskant $a$ och varje sidokant $b$. Bestäm avståndet mellan motstående kanter.

Svar: $a\sqrt{3b^2-a^2}:2b$.

1886) Genom punkten $A$ (2; 4) på kurvan $y=x^2$ drages en korda, som skär kurvan i $B$. Punkterna $A$ och $B$ sammanbindas med origo $O$. Angiv, hur ytan av triangeln $ABO$ varierar, då vinkelkoefficienten för kordan $AB$ ändras. Åskådliggör variationerna i diagram.

Svar: Ytan$=|k^2-6k+8|$.

1887) $A$ och $B$ äro två punkter på kurvan $y=x^2$. Abskissan för $A$ är $2a$ enheter större än abskissan för $B$. Kurvans tangenter i $A$ och $B$ råkas i $C$. Visa, att ytan av triangeln $ABC$ är $2a^3$.

1888) Till kurvan $y=x^n-ax^{n-1}$, där $n$ är ett helt tal $>2$, drages normalen till kurvan i dess utanför origo belägna skärningspunkt med $x$-axeln. Beräkna ytan av den triangel, som bildas av normalen och koordinataxlarna. För vilket $n$-värde är ytan oberoende av den positiva konstanten $a$?

Svar: Ytan är $\frac{1}{2}\cdot a^{3-n}$; för $n=3$.

1889) I parabeln $y^2=2x$ dragas två kordor, som med varandra bilda 45°. Undersök, hur avståndet mellan de mot dessa kordor svarande diametrarna varierar, då den ena kordans vinkelkoefficient ändras.

Svar: Avståndet$=|(k^2+1):(k^2-k)|$.

1900) Cirklarna $x^2+y^2-4x+2y-11=0$ och $x^2+y^2-8x-6y+a=0$ äro givna. Bestäm $a$ så, att cirklarnas medelpunkter och skärningspunkter med varandra ligga på en cirkel. Angiv dennas ekvation.

Svar: $a=21$; $x^2+y^2-6x-2y+5=0$.

1901) Beräkna

$$\lim_{x\to 0}(x^2-2x\sin x-2\cos x+2):(2x^2-2x\sin 2x-\cos 2x+1).$$

Svar: $\frac{1}{8}$. — Om $f(x)=ax^n+$högre termer, så är $\lim_{x\to 0} 2f(x):f(2x)=2^{1-n}$.

## Lösn. till uppg. 1848—1850

1848) *Triangeln ABC är inskriven i cirkeln O, vars tangenter i B och C råkas i D. Sök sambandet mellan triangelns sidor, då punkterna A och D ligga lika långt från linjen BC. Vilka värden kan vinkeln A antaga?* *X.*

Av $\frac{1}{2}\, a \operatorname{tg} A = h_a$ erhålles $\frac{1}{2}\, a \sin A = 2T \cos A : a$ eller $a^2 = 2bc \cos A = b^2+c^2-a^2$, dvs. $2a^2 = b^2+c^2$. Då $\cos A = (b^2+c^2-a^2) : 2bc = (b^2+c^2) : 4bc = \frac{1}{4}(b:c + c:b) \geqq \frac{1}{2}$, är $A \leqq 60°$. Minimivärdet av funktionen $x+1:x$ är nämligen 2. Löst av *E. Samén, J. A. Sandelin, I. Gunsjö, K. Bockasten, Y. (Ekedahl), B. Nordman, R. Johnsson.*

1849) *Symmedianerna i triangeln ABC skära sidorna BC, CA, AB i $A_1$, $B_1$, $C_1$. Att konstruera triangeln ABC så, att cirkeln $A_1B_1C_1$ tangerar sidan BC. (Symmedianen är orten för punkter, vilkas avstånd till två triangelsidor äro proportionella mot resp. sidor.)* *X.*

Cirkeln skär $AB$ och $AC$ ytterligare i resp. $C_2$ och $B_2$. Enär $A_1B : A_1C = (c : \sin B) : (b : \sin C) = c^2 : b^2$ osv., sätta vi $A_1B = c^2m$, $A_1C = b^2m$, $AC_1 = b^2n$, $BC_1 = a^2n$, $AB_1 = c^2r$, $CB_1 = a^2r$. Enl. kordasatsen är $BC_2 = c^4m^2 : a^2n$ och $CB_2 = b^4m^2 : a^2r$. Man får vidare $b^2n(c - c^4m^2 : a^2n) = c^2r(b - b^4m^2 : a^2r)$ eller efter förenkling $b(a^2n - c^3m^2) = c(a^2r - b^3m^2)$ eller, då $m = a : (b^2+c^2)$ etc., $(b^2+c^2)^2 = (a^2+c^2)(a^2+b^2)$. Sättes $b^2+c^2 = 2x^2$, $a^2+c^2 = 2$, $a^2+b^2 = 2x^4$, erhålles $a = \sqrt{x^4-x^2+1}$, $b = \sqrt{x^4+x^2-1}$, $c = \sqrt{x^2+1-x^4}$. Villkoret $x^2+1 > x^4$ ger $x < \sqrt{(1+\sqrt{5}) : 2} \sim 1{,}27$. Sambandet $a+c > b$ gäller för dessa $x$-värden.

Konstruera en triangel, i vilken sidorna bilda en geometrisk serie, vars kvot uppfyller angivna villkor. Tangenterna från resp. hörn till den cirkel, som uppritas på motstående sida som diameter duga till sidor i en triangel av önskat slag. Har tangenten dragits från det hörn som står mot sidan $x$, är enl. mediansatsen tangentens längd $\sqrt{(x^4+1-x^2) : 2}$ och p. s. s. i övriga fall. *X.*

Även löst av *E. Samén, J. A. Sandelin, I. Gunsjö.*

1850) *Bestäm en jämn femsiffrig heltalskvadrat, som är lika med dubbla produkten av de två tal, som bildas av kvadratens två första och tre sista siffror med bibehållen ordningsföljd.* *V. Thébault.*

Man får genast ekv. $1000x + y = 2xy$, där $10 < x < 100$, $0 \leqq y < 1000$. Av $y = 1000x : (2x-1)$ erhålles, då $2x-1$ är ett udda tal, alternativen: 1) $2x-1 = 25$, $x = 13$, $y = 40 \cdot 13$, vilket förkastas enär $2xy$ ej är jämn kvadrat, 2) $2x-1 = 125$, $x = 63$, $y = 8 \cdot 63$, $2xy = (4 \cdot 63)^2$.

Svar: $63504 = 2 \cdot 63 \cdot 504$.

Löst av *X., D. F. Larsson, E. Samén, J. A. Sandelin, I. Gunsjö, G. Almkvist, K. Bockasten, Y. (Ekedahl), B. Nordman, R. Johnsson.*

## Fyllnadsprövning efter studentexamen

Augusti—september 1953

### Matematiska uppgifter för latinlinjen

1. Bestäm de reella lösningarna till ekvationssystemet $\begin{cases} x^2-2xy=3 \\ y^2-4xy=5 \end{cases}$
2. Ytan av triangeln $ABC$ är 10,5 dm². Sidan $AB$ är 3,5 dm och sidan $BC$ 7,5 dm. Sidan $AC$ är triangelns största sida. Beräkna förhållandet mellan radierna i den omskrivna och den inskrivna cirkeln.
3. Ekvationen $\frac{1}{x-a}-\frac{1}{x-3a}=\frac{1}{x-2a}-\frac{1}{x-4a}$, där $a$ är en konstant, har roten $x=5$. Bestäm värdet på $a$, och visa, att något ytterligare $x$-värde icke satisfierar ekvationen för detta $a$-värde.
4. Två konvergenta oändliga geometriska serier är så beskaffade, att första termen $x$ i den första är lika med kvoten i den andra och första termen $y$ i den andra är lika med kvoten i den första. Seriernas summor är lika stora. Multiplicerar man termerna med samma ordningsnummer i dessa serier med varandra, erhåller man en ny oändlig geometrisk serie, vars summa är $\frac{2}{7}$. Bestäm de båda talen $x$ och $y$.
5. Kl. 12.40 avgår ett fartyg A från en hamn $O$ och seglar med 18 knops hastighet i rakt ostlig riktning. Samtidigt som A lämnar hamnen befinner sig ett annat fartyg B till havs på ett avstånd av 12 sjömil från $O$. Riktningen $OB$ avviker 30° från norr mot öster. Fartyget B rör sig med 18 knops hastighet rakt mot $O$. Bestäm kvadraten på avståndet mellan fartygen, då A tillryggalagt $x$ sjömil. Undersök den så uppkommande funktionen av $x$ mellan gränserna $x=0$ och $x=12$. Bestäm särskilt, medelst grafisk konstruktion eller på annat sätt, vid vilken tidpunkt fartygen är varandra närmast, och ange deras inbördes avstånd vid detta tillfälle. 1 knop=1 sjömil per timme.
6. I en likbent triangel $ABC$ är basen $AB$ 2 cm och vardera av de lika stora sidorna 3 cm. Hur stor är radien i den cirkel, som går genom hörnet $C$ och tangerar sidan $AB$ i hörnet $B$?
7. I triangeln $ABC$ är sidan $AB$ 3 cm, sidan $BC$ 6 cm och sidan $CA$ 7 cm. Triangelns bisektriser skär varandra i punkten $P$. Bestäm för var och en av bisektriserna förhållandet mellan de delar, i vilka $P$ delar bisektriserna. Svaret skall ges i exakt form som ett förkortat bråk.

8. I fyrhörningen $ABCD$ är diagonalen $AC$ 20 cm och diagonalen $BD$ 36 cm. Medianerna i triangeln $BCD$ skär varandra i punkten $E$, medianerna i triangeln $CDA$ i punkten $F$, i triangeln $DAB$ i punkten $G$ och i triangeln $ABC$ i punkten $H$. Hur långa är diagonalerna $EG$ och $FH$ i fyrhörningen $EFGH$?

*Resultat:* 1. $x=\pm 1$, $y=\mp 1$. 2. 25 : 4. — Drages höjden mot $AB$, kan $AC$ beräknas ur rätvinkliga trianglar. 3. $a=2$. Löses ekv., blir $x=2{,}5a$. 4. $x=\frac{1}{3}$, $y=\frac{2}{3}$ eller $x=\frac{2}{3}$, $y=\frac{1}{3}$. Tillåter man två identiska serier, tillkommer $x=y=\pm\sqrt{2}:3$. 5. Kvadraten $3[x-6)^2+12]$ avtar från 144 för $x=0$ till min. 36 för $x=6$ och växer därpå till 144. Avståndet är minst (6 sjömil) kl. 13. 6. $9\sqrt{2}:8=1{,}591$ cm. — Drag triangelhöjden $CM$ och diametern $BB_1$ i cirkeln och beakta att $\triangle BB_1C \sim \triangle BCM$. 7. 5 : 3, 9 : 7, 13 : 3. — Om bisektrisen $AP$ skär $BC$ i $E$, så är $BE=ac:(b+c)$ och $AP:PE=AB:BE=(b+c):a$ osv. 8. $EG=\frac{1}{3}AC=6\frac{2}{3}$ cm; $FH=\frac{1}{3}BD=12$ cm.

## Matematiska uppgifter för reallinjen

*Allmän kurs*

1. En geometrisk och en aritmetisk serie består var och en av fem olika termer. Serierna har samma första term och samma tredje term. Den geometriska seriens andra term är lika med den aritmetiska seriens fjärde term. Bestäm förhållandet mellan de båda seriernas summor.
2. I ett sfäriskt segment inskrives ett klot, som tangerar den plana begränsningsytan i dess mittpunkt. Segmentets totala yta är aritmetiskt medium till ytorna av det inskrivna klotet och av det klot, varav segmentet utgör en del. Beräkna förhållandet mellan segmentets och det större klotets volymer.
3. Upprita kurvan $y=5-x^2$. En rektangel $ABCD$ har hörnen $A$ och $B$ på $x$-axeln samt hörnen $C$ och $D$ på den del av kurvan, som ligger ovanför $x$-axeln; punkten $C$ är belägen i första kvadranten. Figuren får rotera kring $x$-axeln, varvid rektangeln alstrar en cylinder. Bestäm koordinaterna för hörnet $C$, så att cylinderns volym blir så stor som möjligt.
4. Lös ekvationen $\cos^2 x=3\cos^2 2x+\cos^2 3x$
5. Medianen mot den ena kateten i en rätvinklig triangel bildar 10° vinkel med hypotenusan. Beräkna triangelns spetsiga vinklar.
6. Ekvationerna för en triangels höjder är $x=0$, $4x-5y+10=0$ och $x+2y-4=0$. Den förstnämnda höjden är 7 längdenheter. Ange ekvationerna för triangelns sidor.
7. Två punkter på jordytan, $A$ och $B$, ligger båda på 40° nordlig

latitud. Deras longitudskillnad är 50°. Ett fartyg, som går från $A$ till $B$, följer storcirkelbågen mellan punkterna. Bestäm latituden för den nordligaste punkt, som fartyget passerar under färden.

8. En funktion $f(x)$ av tredje graden, i vilken koefficienten för tredjegradstermen är positiv, har tre reella nollställen. Om nollställena är olika, kan man bevisa, att även derivatan $f'(x)$ har reella och olika nollställen, vilka svarar mot ett maximum och ett minimum hos $f(x)$. Bevisa detta, och undersök på motsvarande sätt de fall, då två av nollställena hos $f(x)$ är lika och då alla tre är lika. Bevisen och undersökningarna skall genomföras utan stöd av diagram, men därefter skall de tre nämnda fallen belysas genom uppritning av kurvan $y=f(x)$.

*Resultat:* **1.** 61 : 45. **2.** 7 : 27. **3.** $C\,(1;4)$. **4.** $45°+n\cdot 90°$, $\pm 30°+n\cdot 180°$. Uppdela enl. konjugatregeln. **5.** 20,70° och 69,30° eller 79,30° och 10,70°. — Om medianen från $A$ bildar 10° med hypotenusan $AB$ och vinkeln $A=x$, erhålles $\operatorname{tg} x : \operatorname{tg}(x-10°)=2$, varav $\sin(2x-10°)=3\sin 10°$. Denna ekv. kan även erhållas direkt (sinusteor.) ur triangeln $ATM$, där $T$ är den rätvinkliga triangelns tyngdpkt och $M$ mittp. på $AB$. **6.** $5y+4=0$, $10x-5y+31=0$ och $25x+20y-124=0$ eller $5y-24=0$, $10x-5y-11=0$ och $25x+20y+44=0$. — Om hörnet $A$ ligger på $y$-axeln och $AB$:s vinkelkoeff. $=2$, erhålles omedelbart $B$:s $x$-koord. $=\pm 3{,}5$ osv. **7.** 42,79°. — Är $O$ jordens och $Q$ parallellcirkelns medelpkt samt $M$ mittp. av kordan $AB$, erhålles $\operatorname{tg} \sphericalangle MOQ=\cos 40° \cos 25° : \sin 40°=\cot 40° \cos 25°$. Den sökta latituden är komplementvinkel till $\sphericalangle MOQ$. **8.** En metod är följande. Om $f(x)=k(x-a)(x-b)(x-c)\equiv k[x^3-(a+b+c)x^2+(ab+ac+bc)x-abc]$, erhålles (enl. regeln för derivering av en produkt av *tre* faktorer) $f'(x)=k[(x-b)(x-c)+(x-a)(x-c)+(x-a)(x-b)]$. Enl. antagandet är $k>0$. För $a<b<c$ följer ur $f'(a)=k(a-b)(a-c)>0$, $f'(b)<0$, $f'(c)>0$, att den kontinuerliga $f'(x)$ har *två* nollställen $p$ och $q$. Allmänt gäller $(a+b+c):3=(p+q):2$. Är $a=b<c$, blir $p=a$ och $q=\frac{1}{3}(a+2c)>p$. På samma sätt har $f'(x)$, även då $a<b=c$, *två* nollställen. Är slutligen $a=b=c$ *sammanfalla* $p$ och $q$ med dessa. (Diskriminanten $D$ till ekvationen $f'(x)=0$ är $D=4(a+b+c)^2-12(ab+ac+bc)\equiv 2[(a-b)^2+(a-c)^2+(b-c)^2]>0$, varför rötterna äro reella osv.

## Matematiska uppgifter för reallinjen

*Specialkurs*

1. Den mot en viss funktion $y=f(x)$, där $f(x)$ är ett polynom av tredje graden, svarande kurvan har en inflexionspunkt i punkten $(-1;\ 8)$ och en minimipunkt i punkten $(0;\ 6)$. Bestäm funktionen och upprita kurvan.

2. Ange excentriciteten för den största ellips, i vilken summan av storaxeln och ena parametern är konstant.
3. En hyperbel har transversalaxeln parallell med $y$-axeln i ett rätvinkligt koordinatsystem. Dess medelpunkt ligger i punkten (4; 4), dess ena asymptot går genom origo, och dess ena vertex (topp) har ordinatan 5. Ange ekvationerna för de tangenter till denna hyperbel, som kan dragas från punkten (0; 3).
4. En rät linje genom brännpunkten $F$ skär parabeln $y^2=4fx$ i punkterna $A$ och $B$. Sträckorna $FA$ och $FB$ har längderna $a$ respektive $b$. Bevisa, att

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$$

5. Tre punkter, $A$, $B$ och $C$, ligger i denna ordning på en rät linje. En cirkel uppritas genom punkterna $A$ och $B$. Ena tangenten till cirkeln från punkten $C$ tangerar cirkeln i punkten $P$. Sök och konstruera orten för punkten $P$, då cirkelns radie varierar.
6. Genom sambandet $y^2\cos nx=1$, där $n$ är en konstant, bestämmes $y$ som funktion av $x$. Bestäm de värden på $n$, för vilka denna funktion satisfierar ekvationen $y+\frac{d^2y}{dx^2}=3y^5$, samt ange i dessa fall, för vilka värden på $x$ inom intervallet $0\leqq x\leqq 2\pi$ funktionen antar reella och ändliga värden.
7. Undersök kurvan $y(x-1)^2=3x^2-8x+4$ med avseende på asymptoter, maximi-, minimi- och inflexionspunkter, samt upprita densamma i stora drag. För vilka värden på $a$ kan man från punkten $P$ ($a$; 3) till kurvan dra ingen, en eller flera tangenter med tangeringspunkten på ändligt avstånd? Diskutera särskilt fallet $a=1$, och ange för detta fall tangentens ekvation.

*Resultat:* **1.** $y=x^3+3x^2+6$. **2.** $\frac{1}{3}\sqrt{6}$. **3.** $y-3=0$; $8x-17y+51=0$. **5.** En cirkel med centrum i $C$ och radien $=\sqrt{CA\cdot CB}=CP$ (med undantag av de pkter, där linjen skär cirkeln). **6.** $n=\pm 2$; $0\leqq x<\frac{1}{4}\pi$, $\frac{3}{4}\pi<x<\frac{5}{4}\pi$, $\frac{7}{4}\pi<x\leqq 2\pi$. **7.** Då $x$ växer från $-\infty$, höjer sig kurvan från asymptoten $y=3$, passerar inflex.pkten $(-\frac{1}{2}; 3\frac{8}{9})$, max. i (0; 4), sjunker sedan till $-\infty$ längs spetsasymptoten $x=1$, när $x\to 1$. Kurvan återkommer från $-\infty$ och växer till 3, när $x$ växer från 1 till $+\infty$. — Från $P$ kan man draga *två* tangenter när: 1) $a>1$ 2) $0{,}5<a<1$ 3) $a<-3{,}5$. För $a=0{,}5$ sammanfalla båda med kurvans tangent, för $a=-3{,}5$ med inflex.tangenten, och för $a=1$ övergår den ena i spetsasymptoten, som ej tillåtes. Ekv. för den andra är i detta fall $32x+27y-113=0$. För $-3{,}5<a<0{,}5$ kan ingen tangent dragas. Anm. Om origo flyttas till (1; 3), blir kurvans ekv. $x^2y=-(2x+1)$, som kan studeras lättare.

## Uppgifter i fysik

1. Under studium av kroppars rörelse vid snett kast fann man vid ett tillfälle, att en kula, som sköts snett uppåt, efter 8,0 sek träffade horisontalplanet genom utgångspunkten 240 m från den senare. Beräkna härav kulans ungefärliga utgångshastighet. Luftmotståndet lämnas utan avseende. Tyngdkraftens acceleration kan med tillräcklig noggrannhet sättas till 10 m/sek$^2$.
2. Kolven hos en ångmaskin har genomskärningsytan 450 cm$^2$ och slaglängden 75 cm. Den utför sin fram- och återgående rörelse 72 gånger per min. Därvid beräknas medeltrycket på kolvens sidor vara 10,1 resp. 0,1 kp/cm$^2$. Angiv i hk den effekt, som vid 90 % mekanisk verkningsgrad kan utvinnas ur maskinen.
3. På en homogen, jämntjock och horisontell bräda av 3,6 m längd och 30 kg vikt befinna sig två män, A och B. A väger 80 kg, B 64 kg. Brädan uppbäres av två linor, en från vardera ändan av brädan. Vardera linan går lodrätt upp till i taket av ett högt rum fastsatta enkla trissor och sedan lodrätt ned igen på 4 dm avstånd från den uppåtgående delen. I de fria ändarna av linorna draga A och B, var och en i den lina, som utgår från närmaste brädända. Männen inta sådant läge, att deras tyngdpunkter befinna sig rakt under de linor, vari de draga och på lodlinjer, som alltså vardera skära brädan 4 dm in på denna. Det är nu möjligt för A och B att genom att draga i linorna höja hela anordningen — med brädan alltjämt horisontell — till godtycklig höjd i rummet. Vilka äro de minsta krafter de därvid behöva använda? — Vid beskrivningen av försöksanordningen ha vissa för stabiliteten nödvändiga men för problemlösningen oväsentliga detaljer uteslutits. — Schematisk figur kräves.
4. Med en tunn, konvex lins, vars diameter är 8,0 cm och brännvidd 25 cm, avbildas solen på en plan, vit skärm, som är vinkelrät mot linsens optiska huvudaxel. Denna senare är riktad genom solens mittpunkt. Beräkna förhållandet mellan belysningen på skärmen i solbilden och belysningen på skärmen utan användning av linsen. Solens diameter upptager på himlavalvet en synvinkel av 32′. Ljusförlusterna i linsen kunna skattas till 9 %.
5. I en punkt på huvudaxeln till en konkav spegel placeras en liten elektrisk lampa. På en pappersremsa, instucken mellan lampan och spegeln, uppfångas en skarp bild av lampan 40 cm från spegeln. En plan spegel uppställes därefter 90 cm från den konkava spegeln med den speglande ytan vänd mot konkavspegeln och vinkelrät mot dess huvudaxel. Strålar från lampan, som först reflekteras av planspegeln och sedan av den konkava spegeln, ge därvid en skarp

bild på pappersremsan, om denna flyttas 10 cm närmare konkavspegeln. Beräkna härav konkavspegelns radie. Figur med tydlig strålgång erfordras. Ljuskällan får därvid betraktas som punktformig.

6. Ett ackumulatorbatteri med elektromotoriska kraften 235 V och inre motståndet 0,60 ohm är avsett att under kortare tid användas som reserv i händelse av avbrott i energileveransen från riksnätet. Batteriet lämnar därvid ström till 50 parallellkopplade glödlampor, som var och en får 0,38 A. Ledningen från batteriet till lampgruppen har motståndet 0,30 ohm. Beräkna anläggningens verkningsgrad. Kopplingsschema erfordras.
7. En ackumulators poler förenas med två seriekopplade proppreostater, A och B. Parallellt med B kopplas en ledning, innehållande efter varandra en galvanometer G och en proppreostat C. Motståndet i A är hela tiden 1000 ohm. Då motståndet i B är 10 ohm och reostaten C kortsluten, gör galvanometern ett visst utslag. Detta blir oförändrat, om motståndet i B ökas till 20 ohm och i C så många proppar urtagas, att motståndet blir 12,5 ohm. Beräkna härav galvanometerns motstånd. Från ackumulatorns och alla tillledningstrådars motstånd bortses. Kopplingsschema erfordras.
8. En s. k. glimlampa, där ljus alstras genom elektrisk urladdning i en förtunnad gas, har den egenskapen, att spänningen mellan dess elektroder är oberoende av strömmen genom lampan, om denna strömstyrka ej överstiger ett visst värde. Överskrides detta värde, växer spänningen, då strömstyrkan ökas. De i handeln förekommande glimlamporna innehålla i regel ett inbyggt, tämligen stort motstånd seriekopplat med själva lampan. Man ville för en viss glimlampa bestämma detta motstånd. För den skull kopplade man ett motstånd AB mellan polerna i ett likströmsnät. Mellan A och en längs AB skjutbar kontakt C inkopplades glimlampan i serie med en milliamperemeter. Mellan A och C kopplades en voltmeter med stort motstånd. Glidkontakten C försköts från A mot B, varvid lampan tändes vid ett visst läge av C. Genom att flytta C närmare B ökade man spänningen på glimlampan och gjorde en serie avläsningar på milliamperemetern och voltmetern. Strömstyrkan betecknades med *I* milliampere och spänningen med *V* volt. Följande samhörande värden erhöllos.

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *I* | 2,0 | 3,0 | 4,0 | 5,0 | 6,0 | 7,0 | 8,0 | 9,0 | 10,0 | 11,0 | 12,0 | 13,0 | 14,0 | 15,0 | 16,0 |
| V | 92 | 95 | 98 | 102 | 105 | 109 | 112 | 115 | 119 | 122 | 127 | 134 | 142 | 151 | 161 |

Upprita ett diagram, som anger spänningen som funktion av strömstyrkan. Bestäm därefter med hjälp av diagrammet det sökta mot-

ståndet. Från milliamperemeterns motstånd bortses. Kopplingsschema erfordras.

*Resultat:* 1. 50 m/sek. 2. 97 hk. 3. A och B resp. 47 och 40 kp. 4. 1180. 5. 48 cm. 6. 92,7 %. 7. 12,75 ohm. 8. 3400 Ω. — I diagrammet, med *V* som ordinata och *I* som abskissa, erhålles motståndet ur vinkelkoeff. för den raka delen av kurvan.

## Tidskrifter

*Populär astronomisk tidskrift,* Stockholm 1953: 1—2.

Ur innehållet: B. LINDBLAD, Den internationella astronomiska unionens generalförsamling i Rom 4—13 sept. 1952; A. REIZ, Fotoelektrisk registrering av meridianpassager; M. BÅTH, Jordbävningar i Fennoskandia; C. SCHALÉN, Vintergatans spiralstruktur; C. SCHALÉN, Populationstyperna i de extragalaktiska stjärnsystemen och Vintergatan; Notiser.

*Ljuskultur,* Stockholm 1953: 1—2.

Ur innehållet: Gatu- och vägbelysning med lysrör; Lysrörsdrift vid låga temperaturer; Lysrörens livslängd; Globoskopet, ett instrument för bedömning av sol- och himmelsstrålningens fördelning.

*Nordisk Matematisk Tidskrift,* Oslo 1953: 1.

Ur innehållet: Å. PLEJEL, Nils Fremberg in memoriam; V. BRUN, A generalization of the formula of Simpson for non-equidistant ordinates; S. BUNDGAARD, En didaktisk bemærkning om indførelsen af de komplekse tal; O. FROSTMAN, En sats av Fáry med elementära tillämpningar; P. RUBINSTEIN, V. O. LAINE m. fl., Geometriundervisningen i realskolan; H. JENSEN, Om koordinater i de danske kort. Oppgaver.

*Fra Fysikkens Verden,* Oslo 1953: Juni.

Ur innehållet: E. HYLLERAAS, Nobelprisen i fysikk 1953; ELLEN GLEDITSCH, Det periodiske system fra Mendeléeff til Moseley og frem til vår tid; P. GRANDE, Carbonmetoden til bestemmelse av alderen på organiske materialer; B. EDLÉN, Något om fysikens nuvarande läge. Fysikk i skolen: O. LINDSTAD, Ladningsjustering av galvanometere, Problemoppgaver i fysikk, Elastisk støt.

*Science Progress,* London 1953: April, July.

Ur innehållet: The Structure of the Nucleus; The Scientific Work of William Ramsay; Strife about Complementarity; Partition Chromatography; Matter. Recent Advances in Science: Astronomy, Physics, Meteorology, General and Physical Chemistry, Organic Chemistry, Biochemistry etc. I båda häftena ägnas ett 60-tal sidor åt recensioner, ett 80-tal i varje.

*Discovery,* London 1953: June, July, August.

Ur innehållet: Underwater Television and Marine Research; Xerography: A Non-Chemical Photographic Process; The Basis of Electromyography; Electrical Research for Farmers and Gardeners; The Geology of Ornamental Stones; Ideas and Assumptions about the Origin of Life; The Advance of Supersonic Flight; Radio-Isotopes in Biology. Ett stort antal notiser under rubriken »Progress of Science».

# NYTT i kemi

*För gymnasiet:*

W. Ekman — C.-O. Sandström

**Lärobok i organisk kemi**

för latingymnasiet och allmänna linjens första ringar.

Häft 1 kr 80 öre

Del II för ring $II^4$—$III^4$ av allmänna linjen utkommer under läsåret 1953—54.

G. Böös — J. Lundberg — I. Leden

**Lärobok i kemi för gymnasiet,** 8:e uppl.,

helt omarbetad under medverkan av docent *Ido Leden.*

Inb 8 kr 75 öre

*För laborationerna användes*

John Lundberg

**Handledning vid laborationer i kemi,**

Häft 1 kr 75 öre

*För realskolan:*

J. Inghe — W. Ekman

**Lärobok i kemi för realskolan**

I. Oorganisk kemi Pbd 1 kr 75 öre

II. Organisk och tillämpad kemi Pbd 2 kr 50 öre

*Samtliga läroböcker godkända av Läroboksnämnden*

**SVENSKA BOKFÖRLAGET**

KOLBOKCENTRALEN

David Bagaresgata 20 · Stockholm

Tel. 23 69 80 · Postgiro 551 60

*Utställning även Parkgatan 19, Göteborg*

Utställning

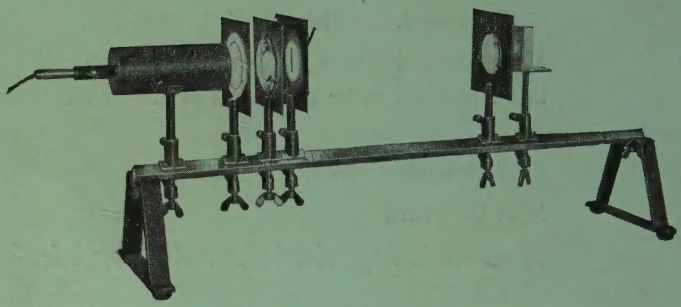
Lärarexemplar

Rekvisitioner

*Hamngatan 4, Malmö*

*Norstedts experimentsats*

# OPTIK



Med experimentsatsen kan alla försök utföras som ingår i folkskolans och realskolans kurs i optik.
Komplettering för gymnasieförsök kommer inom kort.

---

**P. A. NORSTEDT & SÖNER**

**Skolavdelningen — Box 898 — Stockholm**


LUND 1953, HÅKAN OHLSSONS BOKTRYCKERI